Neukeynesianische Makroökonomik

Prof. Dr. Kai Carstensen

LMU und ifo München

Juni 2008

Ansatz der neukeynesianischen Makroökonomik

Märkte sind unvollkommen

- Preis- und Lohnanpassung: Kontraktdauer, Anpassungskosten, Erwartungsbildung
- Marktstruktur: monopolistische Konkurrenz / Preissetzungsspielräume
- Kapitalmarkt: Kreditbeschränkungen
- Informationsasymmetrien / Informationskosten

Methodik

- Mikroökonomische Fundierung
- Intertemporale Optimierung
- Zumeist rationale Erwartungen
- Daher stochastische dynamische Gleichgewichtsmodelle

$\Rightarrow$ analog zur RBC-Theorie, daher auch “Neue Neoklassische Synthese”

Ergebnisse

- Marktunvollkommenheiten sind quantitativ wichtig!

- Selbst kleine Rigiditäten auf der mikroökonomischen Ebene können bedeutsame Wirkungen auf der makroökonomischen Ebene haben.

- Monetäre Impulse können konjunkturelle Effekte nach sich ziehen.

- Geldpolitik ist für den Konjunkturverlauf möglicherweise relevanter als Technologieschocks. (Das würde aber nicht jeder Ökonom so sehen!)

- Langfristig gelten die gleichen Bedingungen wie in der RBC-Welt: monetäre Schocks sind langfristig neutral in Bezug auf reale Variablen.

Vorlesungsinhalt

Ein einfaches Neukeynesianisches Grundmodell:

- reale Rigidität: monopolistische Konkurrenz
- nominale Rigidität: stotternde Preissetzung auf dem Gütermarkt
- ansonsten ganz einfach: kein Bevölkerungswachstum, kein Kapital, preisgeräumter Arbeitsmarkt,
- kein Geld (cashless economy), aber dennoch Geldpolitik(!) - es wäre problemlos möglich, Geld als separierbaren Bestandteil der Nutzenfunktion (MIU) hinzuzufügen, würde die Ergebnisse aber nicht ändern

Monopolistische Konkurrenz

Monopolistische Konkurrenz (1)

- Vollkommene Konkurrenz: Gesetz des einen Preises, verzögerte Preisanpassung einzelner Firmen unmöglich

- Hier: Viele Firmen, die jeweils ein differenziertes Konsumgut herstellen

- Substitutionselastizität zwischen den Gütern ist endlich

- Preissetzungsspielraum, der verzögerte Preisanpassung einzelner Firmen erlaubt

Monopolistische Konkurrenz (2)

Formal: Es gibt unendlich viele Firmen i, die jeweils ein differenziertes Konsumgut $C_t(i)$ herstellen und zum Preis $P_t(i)$ verkaufen. Anstatt die Firmen als unendliche Reihe 1, 2, 3, ... zu zählen, wird ein Kontinuum von Firmen $i \in [0,1]$, $i \in I\!R$ definiert.

Nutzenfunktion:

$$U_t = U\left[\left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}\right]$$

CES-Konsumindex mit Substitutionselastizität* $-\epsilon$:

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}, \tag{1}$$

*Substitutionselastizität im Konsumoptimum = relative Veränderung des Konsumverhältnisses zwischen zwei Gütern infolge einer relativen Veränderung des Preisverhältnisses, also für Güter i und k: $-\frac{d\left(\frac{C_t(k)}{C_t(i)}\right)/\left(\frac{C_t(k)}{C_t(i)}\right)}{d\left(\frac{P_t(i)}{P_t(k)}\right)/\left(\frac{P_t(i)}{P_t(k)}\right)}$

Vereinfachte Nutzenfunktion:

$$U_t = U\left[C_t\right]$$

Monopolistische Konkurrenz (3)

Definition des Preisindex:

$$P_t = \left(\int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{2}$$

Es lässt sich zeigen, dass diese Definition gerade dazu führt, dass die Gesamtausgaben des Haushalts gleich dem Produkt aus Preisindex und Konsumindex sind:

$$P_t C_t = \int_0^1 P_t(i) C_t(i) di.$$

Nutzenmaximierung des Haushalts: Nachfragegleichungen der Form

$$\frac{C_t(k)}{C_t(i)} = \left(\frac{P_t(i)}{P_t(k)} \right)^{\epsilon}, \quad i \neq k \tag{3}$$

Die relative Nachfrage hängt also vom inversen Preisverhältnis ab, wobei die Preisreagibilität durch den Parameter ϵ ausgedrückt wird. Tatsächlich ist $-\epsilon$ die Preiselastizität der Nachfrage. Daher: vollkommene Konkurrenz als Grenzfall $\epsilon \to \infty$ im Modell enthalten.

Monopolistische Konkurrenz (4)

Die Nachfrage nach dem Konsumgut i lässt sich durch Aggregation auch darstellen als

$$\frac{C_t(i)}{C_t} = \frac{P_t^{\epsilon}}{P_t(i)^{\epsilon}}$$

bzw. als

$$C_t(i) = C_t \frac{P_t^{\epsilon}}{P_t(i)^{\epsilon}} \tag{4}$$

Daher: zweistufiges Optimierungskalkül der Haushalte. Stufe 1: Gesamtnachfrage C_t bei gegebenem Preisniveau P_t. Stufe 2: Konsumstruktur bei gegebenen Relativpreisen.

Da wir im folgenden an der Gesamtnachfrage interessiert sind, werden wir die zweite Stufe zumeist ausblenden.

Monopolistische Konkurrenz: Ableitung der Ergebnisse (1)

Nutzenfunktion:

$$U\left[C_t\right] = U\left[\left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}\right]$$

Budgetbeschränkung (gegebenes Einkommen E_t):

$$E_t = \int_0^1 P_t(i) C_t(i) di$$

Lagrangefunktion:

$$L_t = U\left[\left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}\right] - \lambda\left(\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di - E_t\right)$$

Ableitung der Lagrangefunktion nach Konsumgut k:

$$\frac{\partial L}{\partial C_t(k)} = \frac{\partial U}{\partial C_t}\frac{\partial C_t}{\partial C_t(k)} - \lambda\frac{\partial \int_0^1 P_t(i) C_t(i) di}{\partial C_t(k)} = 0$$

Monopolistische Konkurrenz: Ableitung der Ergebnisse (2)

Zu berechnen:

$$\frac{\partial \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di}{\partial C_t(k)}$$

Bei der Ableitung sind die Integrale wie Summen über eine unendliche Anzahl von Summanden zu interpretieren. Da jeweils nur nach gerade einem Summanden abgeleitet wird, fallen alle anderen Summanden beim Ableiten weg. Daher ergibt sich

$$\frac{\partial \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di}{\partial C_t(k)} = \frac{\partial \int_{i\neq k} P_t(i)C_t(i)di}{\partial C_t(k)} + \frac{\partial P_t(k)C_t(k)}{\partial C_t(k)} = P_t(k)$$

Monopolistische Konkurrenz: Ableitung der Ergebnisse (3)

Zu berechnen:

$$\frac{\partial C_t}{\partial C_t(k)}$$

Wiederum ist die Ableitung der Integrale zu beachten:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_t}{\partial C_t(k)} &= \frac{\partial \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}}{\partial C_t(k)} \\
&= \underbrace{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}\left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}-1}}_{\text{(äußere Ableitung)}} \quad \underbrace{\frac{\epsilon-1}{\epsilon} C_t(k)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}-1}}_{\text{(innere Ableitung)}} \\
&= \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{1}{\epsilon-1}} C_t(k)^{-\frac{1}{\epsilon}}
\end{aligned}$$

Monopolistische Konkurrenz: Ableitung der Ergebnisse (4)

Zur Erinnerung

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \Rightarrow C_t^{\frac{1}{\epsilon}} = \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{1}{\epsilon-1}}$$

Folglich gilt

$$\frac{\partial C_t}{\partial C_t(i)} = \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{1}{\epsilon-1}} C_t(k)^{-\frac{1}{\epsilon}} = C_t^{\frac{1}{\epsilon}} C_t(k)^{-\frac{1}{\epsilon}}$$

Einsetzen in die Bedingung erster Ordnung:

$$\frac{\partial L}{\partial C_t(k)} = \frac{\partial U}{\partial C_t} C_t^{\frac{1}{\epsilon}} C_t(k)^{-\frac{1}{\epsilon}} - \lambda P_t(k) = 0$$

Monopolistische Konkurrenz: Ableitung der Ergebnisse (5)

Für ein Gut k gilt:

$$\frac{\partial L}{\partial C_t(k)} = \frac{\partial U}{\partial C_t} C_t^{\frac{1}{\epsilon}} C_t(k)^{-\frac{1}{\epsilon}} - \lambda P_t(k) = 0$$

Analog gilt für ein anderes Gut i:

$$\frac{\partial L}{\partial C_t(i)} = \frac{\partial U}{\partial C_t} C_t^{\frac{1}{\epsilon}} C_t(i)^{-\frac{1}{\epsilon}} - \lambda P_t(i) = 0$$

Auflösen nach λ und gleichsetzen:

$$\frac{C_t(k)}{C_t(i)} = \left(\frac{P_t(i)}{P_t(k)}\right)^{\epsilon} \quad \text{bzw.} \quad C_t(i) = C_t(k) P_t(k)^{\epsilon} P_t(i)^{-\epsilon}$$

Monopolistische Konkurrenz: Ableitung der Ergebnisse (6)

Eine Beziehung zwischen der Nachfrage nach Gut k und der Gesamtnachfrage ergibt sich durch Einsetzen in die Definitionsgleichung des Konsumindex:

$$\begin{aligned}
C_t &= \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} = \left(\int_0^1 \left(C_t(k)P_t(k)^{\epsilon}P_t(i)^{-\epsilon}\right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \\
&= \left(\int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} C_t(k)P_t(k)^{\epsilon} \\
&= \left[\left(\int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di\right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}\right]^{-\epsilon} C_t(k)P_t(k)^{\epsilon} \\
&= [P_t]^{-\epsilon} C_t(k)P_t(k)^{\epsilon}
\end{aligned}$$

Das Neukeynesianische Referenzmodell

Haushalte

Repräsentativer, unsterblicher Haushalt mit Nutzenfunktion

$$E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} U\left(C_s,\, N_s\right) = E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left(\frac{C_s^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_s^{1+\phi}}{1+\phi} \right)$$

und Budgetbeschränkung

$$W_s N_s + B_{s-1} + T_s = P_s C_s + Q_s B_s, \qquad s = t, ..., \infty,$$

Dabei bezeichnen

- C_s den Konsumindex,
- N_s die geleistete Arbeit,
- W_s den Nominallohn,
- B_s den Bestand an risikolosen Wertpapieren, die in der Periode s zum Preis Q_s gekauft werden und in der folgenden Periode zum Nennwert fällig werden und
- T_s übrige Einkommensbestandteile, wie z.B. Firmengewinne.

Nutzenmaximierung

$$L_t \;=\; E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \Big[\frac{C_s^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_s^{1+\phi}}{1+\phi} + \lambda_s \Big(W_s N_s + B_{s-1} + T_s - P_s C_s - Q_s B_s \Big)\Big]$$

Bedingungen erster Ordnung (FOCs)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_t}{\partial C_t} &= C_t^{-\sigma} - \lambda_t P_t \overset{!}{=} 0 \;\Rightarrow\; C_t^{-\sigma} = \lambda_t P_t \\
\frac{\partial L_t}{\partial C_{t+1}} &= \beta E_t \left[C_{t+1}^{-\sigma} - \lambda_{t+1} P_{t+1} \right] \overset{!}{=} 0 \;\Rightarrow\; E_t \left[C_{t+1}^{-\sigma} \right] = E_t \left[\lambda_{t+1} P_{t+1} \right] \\
\frac{\partial L_t}{\partial B_t} &= -\lambda_t Q_t + \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \right] \overset{!}{=} 0 \;\Rightarrow\; \lambda_t Q_t = \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \right] \\
\frac{\partial L_t}{\partial N_t} &= -N_t^{\phi} + \lambda_t W_t \overset{!}{=} 0 \;\Rightarrow\; N_t^{\phi} = \lambda_t W_t
\end{aligned}$$

Alle Gleichungen multiplikativ. Einfach zu linearisieren.

Logarithmieren und Erwartungswert

Für eine lognormalverteilte Zufallsvariable x_t mit konstanter Varianz gilt:

$$\ln E_t\left[x_t\right] = E_t\left[\ln x_t\right] + \text{Konstante}.$$

Betrachtet man Abweichungen vom steady state (oder von einer anderen Basislösung), so fällt diese Konstante weg, weshalb sie im weiteren Verlauf von vorne herein ignoriert wird.

Log-Linearisierung

FOCs:

$$\begin{aligned} -\sigma c_t &= \ln \lambda_t + p_t \\ -\sigma E_t \left[c_{t+1}\right] &= E_t \left[\ln \lambda_{t+1}\right] + E_t \left[p_{t+1}\right] \\ \ln \lambda_t + q_t &= \ln \beta + E_t \left[\ln \lambda_{t+1}\right] \\ \phi n_t &= \ln \lambda_t + w_t \end{aligned}$$

Eliminiere den Lagrange-Multiplikator:

$$\begin{aligned} -\sigma c_t - p_t + q_t &= \ln \beta - \sigma E_t c_{t+1} - E_t p_{t+1} \\ \phi n_t &= -\sigma c_t - p_t + w_t \end{aligned}$$

ACHTUNG: dies ist keine Abweichung vom Steady State!

Zins und Inflation

Inflationsrate: $1 + \pi_{t+1} = P_{t+1}/P_t$

Folglich gilt: $\ln P_{t+1} - \ln P_t = p_{t+1} - p_t = \ln(1 + \pi_{t+1})$

Log-lineare Näherung: $\ln(1 + \pi_{t+1}) \approx \pi_{t+1} \Rightarrow \boxed{p_{t+1} - p_t \approx \pi_{t+1}}$

Zinssatz : $1 + i_t = 1/Q_t$

Log-lineare Näherung: $\ln(1 + i_t) \approx i_t \Rightarrow \boxed{i_t \approx \ln(1/Q_t) = -q_t}$

Eulergleichung

$$\begin{aligned} -\sigma c_t - p_t + q_t &= \ln\beta - \sigma E_t c_{t+1} - E_t p_{t+1} \\ \sigma c_t &= \sigma E_t c_{t+1} + q_t + E_t \left[p_{t+1} - p_t \right] - \ln\beta \end{aligned}$$

Einsetzen

$$\begin{aligned} \sigma c_t &= \sigma E_t c_{t+1} - i_t + E_t \pi_{t+1} - \ln\beta \\ \Rightarrow c_t &= E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_{t+1}\pi_t + \ln\beta \right). \end{aligned}$$

Zeitpräferenzrate und Steady-State-Realzins

Individueller Abzinsungsfaktor für zukünftigen Nutzen: β

Zeitpräferenzrate = der “individuelle Zins” zur Abzinsung zukünftigen Nutzens: ρ

Dann gilt: $\beta = 1/(1+\rho) \Rightarrow \ln\beta = -\ln(1+\rho) \approx -\rho$.

Einsetzen in die Eulergleichung:

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\Big(i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho\Big)$$

Im nichtstochastischen Steady State gilt $c_t = c_{t+1} = E_t c_{t+1}$. Daraus ergibt sich der Steady-State-Realzins

$$r^{SS} = \rho$$

Staatsnachfrage

Anteil τ_t der Gesamtnachfrage $Y_t^d(i)$ eines jeden Guts geht an den Staat: $G_t(i) = \tau_t Y_t^d(i)$. Folglich ist die Gesamtnachfrage gegeben durch

$$\begin{aligned} Y_t^d(i) &= C_t(i) + \tau_t Y_t^d(i) \\ \Rightarrow Y_t^d(i) &= C_t(i)(1-\tau_t)^{-1} \end{aligned}$$

Sei $g_t = -\ln(1-\tau_t) \approx \tau_t$ ein (Staats-)Nachfrageschock mit

$$g_t = \rho_g g_{t-1} + \varepsilon_t^g, \qquad \rho_g \in [0,1),$$

Dann gilt

$$y_t^d(i) = c_t(i) - \ln(1-\tau_t) = c_t(i) + g_t$$

Die Preisabhängigkeit der Gesamtnachfrage kann durch Einsetzen der Haushaltsnachfrage in Gleichung (5) dargestellt werden:

$$Y_t^d(i) = C_t P_t^{\epsilon} P_t(i)^{-\epsilon}(1-\tau_t)^{-1}.$$

Unternehmen

Kontinuum von Unternehmen, die jeweils ein differenziertes Gut $Y_t^s(i)$, $i \in [0,1]$, produzieren

$$Y_t^s(i) = A_t N_t(i)$$

Produktivität (=technischer Fortschritt) für alle Unternehmen identisch. $a_t = \ln(A_t)$ folgt dem autoregressiven Prozess

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a, \qquad \rho_a \in [0,1),$$

Reale Kostenfunktion: $K_t^r(i) = \frac{W_t}{P_t} N_t(i) = \frac{W_t}{P_t} A_t^{-1} Y_t^s(i)$

Reale Grenzkosten: $\partial K_t^r(i)/\partial Y_t^s(i) = \frac{W_t}{P_t} A_t^{-1} \quad \forall i \in [0,1]$
oder, nach Logarithmieren:

$$mc_t^r = w_t - p_t - a_t.$$

Räumung des Gütermarktes

$$Y_t(i) \equiv Y_t^s(i) = Y_t^d(i)$$

$$\Rightarrow Y_t(i) = Y_t^d(i) = C_t(i)(1-\tau_t)^{-1} \quad \forall i \in [0,1].$$

Aggregation über alle Güter i

$$\begin{aligned}
\left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} &= \left(\int_0^1 \left[C_t(i)(1-\tau_t)^{-1}\right]^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \\
\underbrace{\left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}}_{Y_t} &= \underbrace{\left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}}_{C_t} (1-\tau_t)^{-1}
\end{aligned}$$

Logarithmieren:

$$y_t = c_t + g_t.$$

Räumung des Arbeitsmarktes

$$\int_0^1 N_t(i)di = N_t$$

Gütermarkträumung: $Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$

Einsetzen der Produktionsfunktion $Y_t(i) = N_t(i)A_t$ ergibt:

$$Y_t = \left(\int_0^1 [N_t(i)A_t]^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} = \left(\int_0^1 N_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} A_t,$$

also nicht $$Y_t = \int_0^1 N_t(i)diA_t = N_tA_t.$$

Grund: Preisverzerrung, wenn nicht alle Firmen in jeder Periode den gewinnmaximalen Preis setzen können.
Verzerrung ist klein in dem Sinne, dass sie bei einer linearen Taylor-Approximation wegfällt.
Daher approximativ: $Y_t = N_tA_t$ bzw. $y_t = n_t + a_t$.

Gewinnmaximierung bei flexiblen Preisen (1)

Jeder Produzent setzt seinen Preis, um den Gewinn zu maximieren

$$G_t^f(i) = P_t(i)Y_t(i) - W_t N_t(i)$$

Arbeitsnachfrage ergibt sich aus der Produktionsfunktion

$$Y_t(i) = N_t(i)A_t \Rightarrow N_t(i) = Y_t(i)A_t^{-1}$$

Einsetzen in die Gewinnfunktion:

$$G_t^f(i) = P_t(i)Y_t(i) - W_t Y_t(i)A_t^{-1} = \left[P_t(i) - W_t A_t^{-1}\right] Y_t(i)$$

Monopolistische Konkurrenz, Anbieter kennt Nachfragefunktion:

$$Y_t(i) = C_t(1-\tau_t)^{-1} P_t^{\epsilon} P_t(i)^{-\epsilon} = Y_t P_t^{\epsilon} P_t(i)^{-\epsilon}.$$

Einsetzen in die Gewinnfunktion:

$$G_t^f(i) = \left[P_t(i) - W_t A_t^{-1}\right] Y_t P_t^{\epsilon} P_t(i)^{-\epsilon} = \left[P_t(i)^{1-\epsilon} - W_t A_t^{-1} P_t(i)^{-\epsilon}\right] Y_t P_t^{\epsilon}$$

Gewinnmaximierung bei flexiblen Preisen (2)

Bedingung erster Ordnung:

$$\frac{\partial G_t^f(i)}{\partial p_t(i)} = \left[(1-\epsilon)P_t(i)^{-\epsilon} + \epsilon W_t A_t^{-1} P_t(i)^{-\epsilon-1}\right] Y_t P_t^{\epsilon} = 0$$

Auflösen:

$$P_t(i) = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \underbrace{W_t A_t^{-1}}_{MC_t}, \qquad \forall i \in [0,1].$$

Logarithmiert

$$p_t = p_t(i) = \ln \frac{\epsilon}{\epsilon-1} + mc_t = \mu + mc_t > mc_t$$

Gesamtwirtschaftlich

$$p_t = \mu + mc_t$$

Modellgleichungen bei flexiblen Preisen

$$
\begin{aligned}
w_t - p_t &= \sigma c_t + \phi n_t \\
c_t &= -\frac{1}{\sigma}\Big(i_t - E_t\pi_{t+1} - \rho\Big) + E_t c_{t+1} \\
y_t &= c_t + g_t \\
y_t &= n_t + a_t \\
p_t &= \mu + w_t - a_t
\end{aligned}
$$

Lösung bei flexiblen Preisen

Natürliche Werte

$$
\begin{aligned}
\overline{mc}_t^r &= -\mu \\
\bar{w}_t/\bar{p}_t &= -\mu + a_t \\
\bar{y}_t &= -\frac{\mu}{\phi+\sigma} + \frac{1+\phi}{\phi+\sigma}a_t + \frac{\sigma}{\phi+\sigma}g_t \\
\bar{n}_t &= -\frac{\mu}{\phi+\sigma} + \frac{1-\sigma}{\phi+\sigma}a_t + \frac{\sigma}{\phi+\sigma}g_t \\
\bar{c}_t &= -\frac{\mu}{\phi+\sigma} + \frac{1+\phi}{\phi+\sigma}a_t - \frac{\phi}{\phi+\sigma}g_t \\
\bar{r}_t &= \rho - \sigma\frac{1+\phi}{\phi+\sigma}(1-\rho_a)a_t + \sigma\frac{\phi}{\phi+\sigma}(1-\rho_g)g_t.
\end{aligned}
$$

Nichstochastisches Steady State: Setze $g_t = E[g_t] = 0$ und $a_t = E[a_t] = 0$.

WICHTIG: Natürliche Werte unabhängig von geldpolitischen Schocks!

Verzögerte Preisanpassung: Calvo-Modell

Empirisch: Preise passen sich träge an (z.B. ECB Inflation Persistence Network, www.ecb.int/home/html/researcher_ipn.en.html)

Stotternde Preisanpassung (Calvo, 1983): zu jedem Zeitpunkt darf ein Unternehmen seinen Preis mit einer Wahrscheinlichkeit von $1-\theta$ anpassen ("Lotterie")

Anpassungszeitpunkt ist unabhängig davon, was andere Unternehmen tun, wann die letzte Anpassung vorgenommen wurde und wie groß der Unterschied zwischen dem Preis der Vorperiode und dem optimalen Preis ist.

Gesamtwirtschftlich: in jeder Periode bleibt ein Anteil θ der Preise unverändert, während die übrigen $1-\theta$ Preise angepaßt werden. Das aggregierte Preisniveau folgt näherungsweise der Differenzengleichung:

$$p_t = \theta p_{t-1} + (1-\theta)p_t^*.$$

Dabei bezeichnet p_t^* den in Periode t für die Unternehmen optimalen Preis. Aufgrund der identischen Produktionstechnologie und Nachfragestruktur ist dieser Preis für alle Unternehmen identisch.

Gewinnmaximierungskalkül bei verzögerter Preisanpassung

(a) Unternehmen i darf nicht anpassen $\rightarrow$ alter Preis $P_{t-1}(i)$

Gewinn in Periode t: $\quad G_t^f(i) = P_{t-1}(i)Y_t(i) - W_tN_t(i)$

(b) Unternehmen i darf anpassen $\rightarrow$ neuer Preis $P_t^*(i)$

Gewinn in t: $\quad G_t^f(i) = P_t^*(i)Y_t(i) - W_tN_t(i)$

Gewinn in $t+1$ mit Wkt. θ: $\quad G_{t+1}^f(i) = \boxed{P_t^*(i)}Y_{t+1}(i) - W_{t+1}N_{t+1}(i)$

Gewinn in $t+2$ mit Wkt. θ^2: $\quad G_{t+2}^f(i) = \boxed{P_t^*(i)}Y_{t+2}(i) - W_{t+2}N_{t+2}(i)$

Gewinn in $t+3$ mit Wkt. θ^3: $\quad G_{t+3}^f(i) = \boxed{P_t^*(i)}Y_{t+3}(i) - W_{t+3}N_{t+3}(i)$

$\Rightarrow$ Intertemporale Gewinnfunktion

$$G_t^s(i) = E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} G_s^f(i) = E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} \left[P_t^*(i)Y_s(i) - W_sN_s(i)\right]$$

Gewinnmaximierung bei verzögerter Preisanpassung

$$\begin{aligned}
\max_{P_t^*(i)} G_t^s(i) &= E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} G_s^f(i) \\
&= E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} [P_t^*(i)^{1-\epsilon} - \underbrace{W_t A_t^{-1}}_{MC_s} P_t^*(i)^{-\epsilon}] Y_s P_s^{\epsilon}
\end{aligned}$$

FOC:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G_t}{\partial P_t^*(i)} &= E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} \left[(1-\epsilon) P_t^*(i)^{-\epsilon} + \epsilon P_t^*(i)^{-\epsilon-1} MC_s\right] Y_s P_s^{\epsilon} \stackrel{!}{=} 0 \\
\Rightarrow P_t^*(i) &= \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \frac{E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} Y_s P_s^{\epsilon} MC_s}{E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} Y_s P_s^{\epsilon}}
\end{aligned}$$

Log-linearisiert:

$$p_t^* = p_t^*(i) = \mu + (1-\beta\theta) \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} E_t mc_s$$

Neukeynesianische Phillips-Kurve (1)

Nach einigen Umformungen erhält man die Inflationsgleichung

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \, \widehat{mc}_t^r, \qquad \lambda = (1-\theta)(1-\beta\theta)/\theta$$

mit den realen Grenzkosten in Abweichung zum natürlichen Niveau (=Steady State):

$$\widehat{mc}_t^r = mc_t^r - \bar{m}c_t^r = mc_t^r + \mu.$$

WICHTIG: Reale Größe $\widehat{mc}_t^r$ bewirkt Anpassung der nominalen Größe π_t!

AUCH WICHTIG: Dies ist ein *gleichgewichtiges* Phänomen bei *rigiden Preisen*!

Neukeynesianische Phillips-Kurve (2)

Beziehung zwischen den realen Grenzkosten $\widehat{mc}_t^r$ und der Outputlücke $x_t = y_t - \bar{y}_t$:

$$
\begin{aligned}
\widehat{mc}_t^r = mc_t^r - \bar{mc}_t^r &= w_t - p_t - a_t + \mu \\
&= w_t - p_t - [\bar{w}_t - \bar{p}_t] \\
&= \sigma c_t + \phi n_t - [\sigma \bar{c}_t + \phi \bar{n}_t] \\
&= \sigma(y_t - g_t) + \phi(y_t - a_t) - [\sigma(\bar{y}_t - g_t) + \phi(\bar{y}_t - a_t)] \\
&= (\sigma + \phi)\left[y_t - \bar{y}_t\right]. \\
&= (\sigma + \phi) x_t.
\end{aligned}
$$

Einsetzen in die Inflationsgleichung

$$
\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t, \quad \kappa = \lambda(\sigma + \phi)
$$

Neukeynesianische IS-Kurve

Ausgangspunkt ist die Eulergleichung

$$\begin{aligned}
c_t &= E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_t - \rho) \\
y_t - g_t &= E_t y_{t+1} - E_t g_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_t - \bar{r}_t) - \frac{1}{\sigma}(\bar{r}_t - \rho) \\
y_t &= E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_t - \bar{r}_t) - \frac{1}{\sigma}(\bar{r}_t - \rho) + \underbrace{g_t - E_t g_{t+1}}_{(1-\rho_g)g_t} \\
x_t + \bar{y}_t &= E_t x_{t+1} + E_t\bar{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_t - \bar{r}_t) - \frac{1}{\sigma}(\bar{r}_t - \rho) + (1-\rho_g)g_t \\
x_t &= E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_t - \bar{r}_t) \underbrace{- \frac{1}{\sigma}(\bar{r}_t - \rho) + (1-\rho_g)g_t + E_t\bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t}_{=0}
\end{aligned}$$

Neukeynesianische IS-Kurve:

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_t - \bar{r}_t)$$

Zentralbankverhalten

- früher: Geldmengensteuerung (Bundesbank)
- heute: direkte Inflationssteuerung/Inflationserwartungssteuerung
- Beispiel EZB: mittelfristige Inflation knapp unter 2 %

Formalisierung mit Hilfe der Taylorregel

$$\underbrace{i_t - E_t\pi_{t+1}}_{Realzins} = \underbrace{r_t^{SS}}_{SS-Realzins} + \underbrace{(\gamma_\pi - 1)}_{>0} \underbrace{(E_t\pi_{t+1} - \pi_{t+1}^{Ziel})}_{Inflationserwartung} + \gamma_x x_t + v_t$$

Inflationsziel: $\pi_{t+1}^{Ziel} = 0$, SS-Realzins: ρ

$$i_t = \rho + \gamma_\pi E_t\pi_{t+1} + \gamma_x x_t + v_t$$

Vereinfachung: π_t statt $E_t\pi_{t+1}$

$$i_t = \rho + \gamma_\pi \pi_t + \gamma_x x_t + v_t, \quad \gamma_\pi > 1, \gamma_y > 0$$

Geldpolitische Schocks

v_t: unsystematisches Zinssetzungsverhalten der Zentralbank (nicht durch andere Variablen erklärbar)

Annahme: autoregressiver Prozess

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v, \quad 0 \leq \rho_v < 1$$

ε_t^v: Geldpolitischer Schock = unprognostizierbare Zinsänderung

mögliche Gründe für geldpolitische Schocks:

- Fehler der Zentralbank (z.B. Schätzung der Outputlücke)
- interne Differenzen (Tauben vs. Falken)
- außergewöhnliche Umstände (z.B. Ölpreisschock)
- bessere Informationen als die Öffentlichkeit

Lösung des Modells

Modellgleichungen

$$
\begin{aligned}
x_t &= -\frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_t\pi_{t+1} - \bar{r}_t\right) + E_t x_{t+1} \\
\pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t \\
i_t &= \rho + \gamma_\pi \pi_t + \gamma_x x_t + v_t \\
\bar{r}_t &= \rho - \sigma \frac{1+\phi}{\phi+\sigma}(1-\rho_a)a_t + \sigma \frac{\phi}{\phi+\sigma}(1-\rho_g)g_t
\end{aligned}
$$

Einsetzen der letzten beiden Gleichungen, um $\bar{r}_t$ und i_t zu eliminieren:

$$
\begin{aligned}
\left(1+\frac{\gamma_x}{\sigma}\right)x_t &= -\frac{\gamma_\pi}{\sigma}\pi_t + \frac{1}{\sigma}E_t\pi_{t+1} - \frac{1}{\sigma}v_t + E_t x_{t+1} \\
&- \frac{1+\phi}{\phi+\sigma}(1-\rho_a)a_t + \frac{\phi}{\phi+\sigma}(1-\rho_g)g_t \\
\\
\pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t .
\end{aligned}
$$