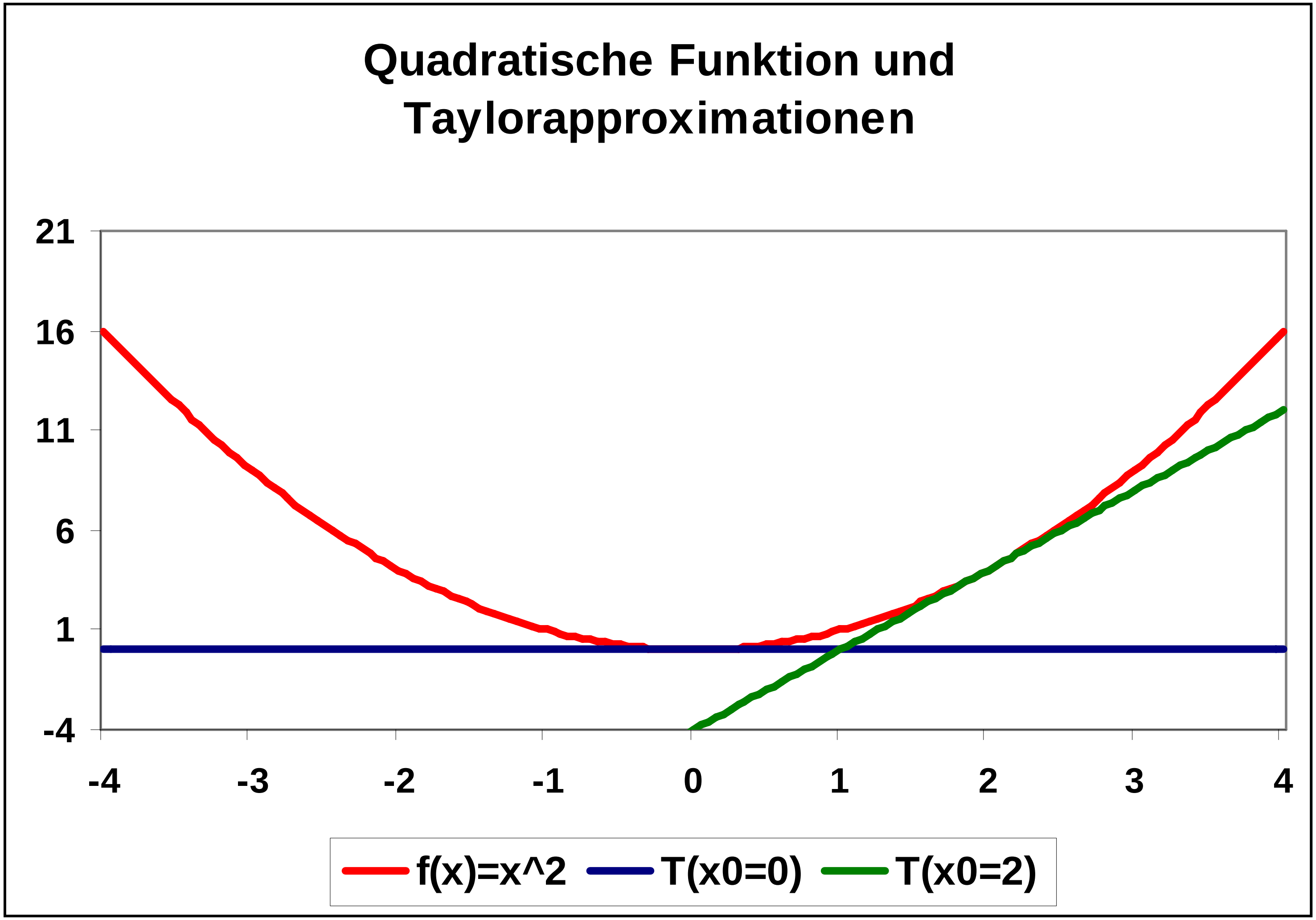
2. Reale Konjunkturtheorie Teil 2

Prof. Dr. Kai Carstensen
LMU und Ifo Institut

Exkurs: Taylor-Approximation erster Ordnung

Exkurs: Taylor-Approximation erster Ordnung (1)



Exkurs: Taylor-Approximation erster Ordnung (2)

Sei $f(x)$ die im Punkt $\bar{x}$ zu approximierende Funktion.

Verwende die Taylor-Approximation erster Ordnung

$$f(x) \approx T(x) = f(\bar{x}) + \left.\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right|_{x=\bar{x}} (x - \bar{x})$$

Exkurs: Taylor-Approximation erster Ordnung (3)

Beispiel: $f(x) = x^2$

$$T(x) = f(\bar{x}) + \left.\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right|_{x=\bar{x}} \left(x - \bar{x}\right)$$

$$= \bar{x}^2 + 2\bar{x}\left(x - \bar{x}\right) = 2\bar{x}x - \bar{x}^2$$

Linearisierungspunkte (Beispiele):

$\bar{x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T(x) = 0$

$\bar{x} = 2 \quad \Rightarrow \quad T(x) = 2 * 2 * x - 2^2 = 4x - 4$

3. Loglinearisiere das Modell

3. Loglinearisiere
(a) Ansatz (1)

- Das Gleichungssystem ist nichtlinear: einige Gleichungen sind linear, einige sind multiplikativ, einige sind linear-multiplikativ
- macht selbst numerische Lösung schwierig
- Annahme: in der Nähe des Steady States ist das Modell näherungsweise *linear in logarithmierten Größen*
- Daher log-lineare Taylor-Approximation an der Stelle des Steady States
  - exakt für multiplikative (=log-lineare) Systeme
  - umso besser, je „log-linearer" in der Umgebung des Steady State
- Bewegungen der Variablen können als Prozent-abweichungen vom Steady State interpretiert werden.

3. Loglinearisiere
(a) Ansatz (2)

$X_t =$ Variable (z.B. Output, Arbeitszeit)

$\bar{X} =$ Steady State dieser Variable

$\mathrm{x}_t = \ln(X_t) =$ Logarithmus dieser Variable

$\bar{\mathrm{x}} = \ln(\bar{X}) =$ Logarithmus des Steady Sates

$\hat{x}_t = x_t - \bar{\mathrm{x}} = \ln(X_t) - \ln(\bar{X})$

Bei infinitesimaler Betrachtung:

$$d\ln(X_t) = \frac{dX_t}{X_t}$$

hier (wenn X_t nahe bei $\bar{X}$ liegt):

$$\hat{x}_t = \ln(X_t) - \ln(\bar{X}) \approx \frac{X_t - \bar{X}}{\bar{X}}$$

Beispiel
Steady State = 100
aktueller Wert = 101

Prozentabweichung exakt
(101-100)/100 = 0.01 = 1%

log-Differenz
ln(101)-ln(100) = 0.00995 = 0.995%

3. Loglinearisiere
(b) Taylor-Approximation (1)

Sei $f(x)$ die im Punkt $\bar{x}$ zu log-linearisierende Funktion und sei $\hat{x} = \ln x - \ln \bar{x}$ die Prozentabweichung vom Steady State.

Verwende die Taylor-Approximation

$$\ln f(x) \approx \ln f(\bar{x}) + \left.\frac{\partial \ln f(x)}{\partial \ln x}\right|_{x=\bar{x}} \left(\ln x - \ln \bar{x}\right) =$$

$$= \ln f(\bar{x}) + \left.\frac{\partial \ln f(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \ln x}\right|_{x=\bar{x}} \hat{x} = \ln f(\bar{x}) + \left.\frac{\partial f(x)/\partial x}{f(x)} x\right|_{x=\bar{x}} \hat{x}$$

$$= \ln f(\bar{x}) + \frac{f'(\bar{x})}{f(\bar{x})} \bar{x} \hat{x}$$

3. Loglinearisiere
(b) Taylor-Approximation (2)

Ergebnis der log-linearen Taylor-Approximation

$$\boxed{\ln f(x) - \ln f(\bar{x})} \approx \boxed{\frac{f'(\bar{x})}{f(\bar{x})}\bar{x}} \boxed{\underbrace{(\ln x - \ln \bar{x})}_{x - \bar{x} = \hat{x}}}$$

Prozentabweichung des Funktionswertes vom Ruhezustand (Steady State)

Steigungskoeffizient, hängt ab vom Steady State und von den Modellparametern

Prozentabweichung des Arguments, d.h. einer Modellvariablen, vom Ruhezustand (Steady State)

3. Loglinearisiere
(c) Beispiel

$$\ln f(x) - \ln f(\bar{x}) \approx \frac{f'(\bar{x})}{f(\bar{x})}\bar{x}\hat{x}$$

$$f(x) = a + bx$$

$$\Rightarrow \ln f(x) - \ln f(\bar{x}) \approx \frac{b\bar{x}}{a + b\bar{x}}\hat{x}$$

$$f(x) = ax^b$$

$$\Rightarrow \ln f(x) - \ln f(\bar{x}) \approx \frac{ab\bar{x}^{b-1}}{a\bar{x}^b}\bar{x}\hat{x} = b\hat{x}$$

3. Loglinearisiere
(d) Mehrere Variablen

$$\ln f(x_1,\ldots,x_n) \approx \ln f(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n) + \frac{f'_{x_1}(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n)}{f(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n)}\bar{x}_1\hat{x}_1 + \cdots + \frac{f'_{x_n}(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n)}{f(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n)}\bar{x}_n\hat{x}_n$$

$$\approx \ln f(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n) + \sum_{i=1}^{n}\frac{f'_{x_i}(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n)}{f(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n)}\bar{x}_i\hat{x}_i$$

Beispiel: $f(\lambda,r) = \lambda(r+1-\delta)$

$$\ln f(\lambda,r) - \ln f(\bar{\lambda},\bar{r}) \approx \frac{\bar{r}+1-\delta}{\bar{\lambda}(\bar{r}+1-\delta)}\bar{\lambda}\hat{\lambda} + \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}(\bar{r}+1-\delta)}\bar{r}\hat{r}$$

$$\approx \hat{\lambda} + \frac{\bar{r}}{\bar{r}+1-\delta}\hat{r}$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen

(1) Produktionsfunktion: $Y_t = K_t^{\alpha}\left(A_t L_t\right)^{1-\alpha}$

(2) Kapitalnachfrage: $R_t = \alpha Y_t / K_t$

(3) Arbeitsnachfrage: $W_t = \left(1-\alpha\right) Y_t / L_t$

(4) Konsumnachfrage: $C_t^{-1} = \lambda_t$

(5) Arbeitsangebot: $b\left(1-L_t\right)^{-1} = \lambda_t W_t$

(6) Eulergleichung: $\lambda_t = e^{-\rho} E_t\left[\lambda_{t+1}\left(R_{t+1}+1-\delta\right)\right]$

(7) Budgetrestriktion: $W_t L_t + \left(R_t + 1 - \delta\right) K_t = C_t + T_t + K_{t+1}$

(8) Kapitalfortschreibung: $K_{t+1} = K_t + I_t - \delta K_t$

(9) Staat: $T_t = G_t$

(10) Markträumung: $Y_t = C_t + I_t + G_t$

(11) Staatsnachfrageschock: $G_t = e^{g_t}, \quad g_t = \left(1-\rho_G\right)\bar{g} + \rho_G g_{t-1} + \varepsilon_{G,t}$

(12) Technologieschock: $A_t = e^{a_t}, \quad a_t = \left(1-\rho_A\right)\bar{a} + \rho_A a_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (2)

(1) Produktionsfunktion

$$Y_t = K_t^{\alpha} A_t^{1-\alpha} L_t^{1-\alpha}$$

direkter Ansatz:

1. Logarithmieren: $\underbrace{\ln Y_t}_{y_t} = \alpha \underbrace{\ln K_t}_{k_t} + (1-\alpha)\underbrace{\ln A_t}_{a_t} + (1-\alpha)\underbrace{\ln L_t}_{l_t}$

2. Steady State: $\underbrace{\ln \bar{Y}}_{\bar{y}} = \alpha \underbrace{\ln \bar{K}}_{\bar{k}} + (1-\alpha)\underbrace{\ln \bar{A}}_{\bar{a}} + (1-\alpha)\underbrace{\ln \bar{L}}_{\bar{l}}$

3. Differenz 1-2: $\underbrace{\ln Y_t - \ln \bar{Y}}_{y_t - \bar{y} = \hat{y}_t} = \alpha \underbrace{\left(\ln K_t - \ln \bar{K}\right)}_{k_t - \bar{k} = \hat{k}_t} + (1-\alpha)\underbrace{\left(\ln A_t - \ln \bar{A}\right)}_{a_t - \bar{a} = \hat{a}_t} + (1-\alpha)\underbrace{\left(\ln L_t - \ln \bar{L}\right)}_{l_t - \bar{l} = \hat{l}_t}$

$$\hat{y}_t = \alpha \hat{k}_t + (1-\alpha)\hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{l}_t$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (3)

(2) Kapitalnachfrage:

$$R_t = \alpha Y_t / K_t \quad \Rightarrow \quad \ln R_t = \ln \alpha + \ln Y_t - \ln K_t$$

$$\Rightarrow \left(\ln R_t - \ln \bar{R}\right) = \left(\ln Y_t - \ln \bar{Y}\right) - \left(\ln K_t - \ln \bar{K}\right) \quad \Rightarrow \quad \hat{r}_t = \hat{y}_t - \hat{k}_t$$

(3) Arbeitsnachfrage:

$$W_t = (1-\alpha) Y_t / L_t \quad \Rightarrow \quad \ln W_t = \ln(1-\alpha) + \ln Y_t - \ln L_t \quad \Rightarrow \quad \hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{l}_t$$

(4) Konsumnachfrage:

$$C_t^{-1} = \lambda_t \quad \Rightarrow \quad -\ln C_t = \ln \lambda_t \quad \Rightarrow \quad -\hat{c}_t = \hat{\lambda}_t$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (4)

(5) Arbeitsangebot: $b\left(1-L_t\right)^{-1}=\lambda_t W_t$

(a) linke Seite: $f(L_t)=b\left(1-L_t\right)^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(L_t)=b\left(1-L_t\right)^{-2}$

$$\Rightarrow \quad \ln f(L_t)-\ln f(\bar{L}) \approx \frac{f'(\bar{L})}{f(\bar{L})}\bar{L}\hat{l}_t=\frac{b\left(1-\bar{L}\right)^{-2}}{b\left(1-\bar{L}\right)^{-1}}\bar{L}\hat{l}_t=\frac{\bar{L}}{1-\bar{L}}\hat{l}_t$$

(b) rechte Seite: $f(\lambda_t,W_t)=\lambda_t W_t$

$$\Rightarrow \quad \ln f(\lambda_t,W_t)-f(\bar{\lambda},\bar{W})=\hat{\lambda}_t+\hat{w}_t$$

Arbeitsangebot log-linearisiert:

$$\frac{\bar{L}}{1-\bar{L}}\hat{l}_t=\hat{\lambda}_t+\hat{w}_t$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (5)

(7) Budgetrestriktion: $$W_t L_t + \left(R_t + 1 - \delta\right) K_t = C_t + T_t + K_{t+1}$$

Man kann zeigen (z.B. durch Einsetzen), dass die Budgetrestriktion (7) einer Linearkombination der Gleichungen (2), (3), (8), (9) und (10) entspricht. Sie enthält daher keine zusätzliche Information zur Lösung des Gleichungssystems und kann im weiteren Verlauf unberücksichtigt bleiben.

Auf der folgenden Folie ist die Linearisierung der Budgetrestriktion zur Vollständigkeit dennoch angegeben.

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (6)

(7) Budgetrestriktion: $W_t L_t + \left(R_t + 1 - \delta\right) K_t = C_t + T_t + K_{t+1}$

(a) linke Seite: $f(W_t, L_t, R_t, K_t) = W_t L_t + \left(R_t + 1 - \delta\right) K_t$

$$\Rightarrow f_W^{'}(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K}) = \bar{L}, \quad f_L^{'}(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K}) = \bar{W}, \quad f_R^{'}(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K}) = \bar{K}, \quad f_K^{'}(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K}) = \bar{R} + 1 - \delta$$

$$\Rightarrow \ln f(W_t, L_t, R_t, K_t) - \ln f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K}) \approx \frac{\bar{L}\bar{W}}{f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})}\hat{w}_t + \frac{\bar{W}\bar{L}}{f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})}\hat{l}_t + \frac{\bar{K}\bar{R}}{f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})}\hat{r}_t + \frac{\left(\bar{R} + 1 - \delta\right)\bar{K}}{f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})}\hat{k}_t$$

(b) rechte Seite: $h(C_t, T_t, K_{t+1}) = C_t + T_t + K_{t+1}$

$$h_C^{'}(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K}) = 1, \quad h_T^{'}(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K}) = 1, \quad h_K^{'}(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K}) = 1$$

$$\Rightarrow \ln h(C_t, T_t, K_{t+1}) - \ln h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K}) \approx \frac{\bar{C}}{h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K})}\hat{c}_t + \frac{\bar{T}}{h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K})}\hat{t}_t + \frac{\bar{K}}{h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K})}\hat{k}_{t+1}$$

log-linearisierte Gleichung:

$$\frac{\bar{L}\bar{W}}{f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})}\hat{w}_t + \frac{\bar{W}\bar{L}}{f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})}\hat{l}_t + \frac{\bar{K}\bar{R}}{f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})}\hat{r}_t + \frac{\left(\bar{R} + 1 - \delta\right)\bar{K}}{f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})}\hat{k}_t = \frac{\bar{C}}{h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K})}\hat{c}_t + \frac{\bar{T}}{h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K})}\hat{t}_t + \frac{\bar{K}}{h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K})}\hat{k}_{t+1}$$

Beachte, dass linke=rechte Seite: $f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K}) = h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K})$. Multiplikation mit $f(\bar{W}, \bar{L}, \bar{R}, \bar{K})$ bzw. $h(\bar{C}, \bar{T}, \bar{K})$ ergibt:

$$\bar{L}\bar{W}\hat{w}_t + \bar{L}\bar{W}\hat{l}_t + \bar{K}\bar{R}\hat{r}_t + \left(\bar{R} + 1 - \delta\right)\bar{K}\hat{k}_t = \bar{C}\hat{c}_t + \bar{T}\hat{t}_t + \bar{K}\hat{k}_{t+1}$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (7)

(8) Kapitalfortschreibung: $K_{t+1} = I_t + (1-\delta)K_t$

(a) linke Seite: $f(K_{t+1}) = K_{t+1} \quad \Rightarrow \quad f_K^{'}(\bar{K}) = 1$

$$\Rightarrow \ln f(K_{t+1}) - \ln f(\bar{K}) \approx \frac{\bar{K}}{f(\bar{K})}\hat{k}_{t+1}$$

(b) rechte Seite: $h(I_t, K_t) = I_t + (1-\delta)K_t \quad \Rightarrow \quad h_I^{'}(\bar{I}, \bar{K}) = 1, \quad h_K^{'}(\bar{I}, \bar{K}) = 1-\delta$

$$\Rightarrow \ln h(I_t, K_t) - \ln h(\bar{I}, \bar{K}) \approx \frac{\bar{I}}{h(\bar{I}, \bar{K})}\hat{i}_t + \frac{(1-\delta)\bar{K}}{h(\bar{I}, \bar{K})}\hat{k}_t$$

log-linearisierte Gleichung (beachte: $f(\bar{K}) = h(\bar{I}, \bar{K})$):

$$\Rightarrow \frac{\bar{K}}{f(\bar{K})}\hat{k}_{t+1} = \frac{\bar{I}}{h(\bar{I}, \bar{K})}\hat{i}_t + \frac{(1-\delta)\bar{K}}{h(\bar{I}, \bar{K})}\hat{k}_t \quad \Big| \times f(\bar{K}) \text{ bzw. } h(\bar{I}, \bar{K})$$

$$\Rightarrow \bar{K}\hat{k}_{t+1} = \bar{I}\,\hat{i}_t + (1-\delta)\bar{K}\hat{k}_t$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (8)

(9) Staat: $T_t = G_t \quad \Rightarrow \quad \hat{t}_t = \hat{g}_t$

(10) Markträumung: $Y_t = C_t + I_t + G_t$

$$\Rightarrow \bar{Y}\hat{y}_t = \bar{C}\hat{c}_t + \bar{I}\hat{i}_t + \bar{G}\hat{g}_t$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (9)

(11) Staatsnachfrageschock: $G_t = e^{g_t}, \quad g_t = (1-\rho_G)\bar{g} + \rho_G g_{t-1} + \varepsilon_{G,t}$

$$\hat{g}_t = \ln G_t - \ln \bar{G} = \ln e^{g_t} - \ln e^{\bar{g}} = g_t - \bar{g}$$

$$g_t = (1-\rho_G)\bar{g} + \rho_G g_{t-1} + \varepsilon_{G,t} \quad \Rightarrow \quad g_t - \bar{g} = \rho_G (g_{t-1} - \bar{g}) + \varepsilon_{G,t}$$

$$\Rightarrow \quad \hat{g}_t = \rho_G \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_{G,t}$$

(12) Technologieschock: $A_t = e^{a_t}, \quad a_t = (1-\rho_A)\bar{a} + \rho_A a_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$

$$\Rightarrow \quad \hat{a}_t = \rho_A \hat{a}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (10)

Problem bei Erwartungswerten: $\ln E_t\left[x_{t+1}\right] \neq E_t\left[\ln x_{t+1}\right]$

Annahme: $\mathrm{x}_{\mathrm{t+1}} \sim \ln N(\mu,\sigma^2) \Rightarrow \ln \mathrm{x}_{\mathrm{t+1}} \sim N(\mu,\sigma^2)$

$$\Rightarrow \ln E_t\left[x_{t+1}\right] = \ln e^{\mu+0.5\sigma^2} = \mu + 0.5\sigma^2$$

$$\Rightarrow E_t\left[\ln x_{t+1}\right] = \mu$$

$$\Rightarrow \ln E_t\left[x_{t+1}\right] - E_t\left[\ln x_{t+1}\right] = 0.5\sigma^2$$

Hier: Varianzen sind zeitinvariant, fallen also weg,
wenn Abweichungen vom Steady State berechnet werden.
Also: Log-linearisierung "im Erwartungswert" zulässig.

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (11)

(6) Eulergleichung: $\lambda_t = E_t\left[e^{-\rho}\lambda_{t+1}\left(R_{t+1}+1-\delta\right)\right]$

(a) linke Seite: $f(\lambda_t)=\lambda_t \quad\Rightarrow\quad f_\lambda^{'}(\bar{\lambda})=1 \quad\Rightarrow\quad \ln f(\lambda_t)-\ln f(\bar{\lambda})\approx\frac{\bar{\lambda}}{f(\bar{\lambda})}\hat{\lambda}_t=\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}}\hat{\lambda}_t=\hat{\lambda}_t$

(b) rechte Seite: $h(\lambda_{t+1},R_{t+1})=e^{-\rho}\lambda_{t+1}\left(R_{t+1}+1-\delta\right)$

$$\Rightarrow h_\lambda^{'}(\bar{\lambda},\bar{R})=e^{-\rho}\left(\bar{R}+1-\delta\right),\quad h_R^{'}(\bar{\lambda},\bar{R})=e^{-\rho}\bar{\lambda}$$

$$\Rightarrow \ln h(\lambda_{t+1},R_{t+1})-\ln h(\bar{\lambda},\bar{R})\approx\frac{e^{-\rho}\left(\bar{R}+1-\delta\right)\bar{\lambda}}{h(\bar{\lambda},\bar{R})}\hat{\lambda}_{t+1}+\frac{e^{-\rho}\bar{\lambda}\bar{R}}{h(\bar{\lambda},\bar{R})}\hat{r}_{t+1}$$

$$=\frac{e^{-\rho}\left(\bar{R}+1-\delta\right)\bar{\lambda}}{e^{-\rho}\bar{\lambda}\left(\bar{R}+1-\delta\right)}\hat{\lambda}_{t+1}+\frac{e^{-\rho}\bar{\lambda}\bar{R}}{e^{-\rho}\bar{\lambda}\left(\bar{R}+1-\delta\right)}\hat{r}_{t+1}=\hat{\lambda}_{t+1}+\frac{\bar{R}}{\bar{R}+1-\delta}\hat{r}_{t+1}$$

log-linearisierte Gleichung: $\hat{\lambda}_t=E_t\left[\hat{\lambda}_{t+1}+\frac{\bar{R}}{\bar{R}+1-\delta}\hat{r}_{t+1}\right]=E_t\left[\hat{\lambda}_{t+1}\right]+\frac{\bar{R}}{\bar{R}+1-\delta}E_t\left[\hat{r}_{t+1}\right]$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (12)

(1) Produktionsfunktion: $\hat{y}_t = \alpha \hat{k}_t + (1-\alpha)\hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{l}_t$

(2) Kapitalnachfrage: $\hat{r}_t = \hat{y}_t - \hat{k}_t$

(3) Arbeitsnachfrage: $\hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{l}_t$

(4) Konsumnachfrage: $-\hat{c}_t = \boxed{\hat{\lambda}_t}$

(5) Arbeitsangebot: $\left(\bar{L}/(1-\bar{L})\right)\hat{l}_t = \boxed{\hat{\lambda}_t} + \hat{w}_t$

(6) Eulergleichung: $\boxed{\hat{\lambda}_t} = E_t\left[\boxed{\hat{\lambda}_{t+1}}\right] + \frac{\bar{R}}{\bar{R}+1-\delta} E_t\left[\hat{r}_{t+1}\right]$

(7) Budgetrestriktion: kann vernachlässigt werden

(8) Kapitalfortschreibung: $\bar{K}\hat{k}_{t+1} = \bar{I}\,\hat{i}_t + (1-\delta)\bar{K}\hat{k}_t$

(9) Staat: $\boxed{\hat{t}_t = \hat{g}_t}$ ← kann ebenfalls vernachlässigt werden: wenn wir T kennen, so kennen wir auch G.

(10) Markträumung: $\bar{Y}\hat{y}_t = \bar{C}\hat{c}_t + \bar{I}\,\hat{i}_t + \bar{G}\hat{g}_t$

(11) Staatsnachfrageschock: $\hat{g}_t = \rho_G \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_{G,t}$

(12) Technologieschock: $\hat{a}_t = \rho_A \hat{a}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (13)

$$(1)\ \hat{y}_t = \alpha \hat{k}_t + (1-\alpha)\hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{l}_t$$

$$(2)\ \hat{r}_t = \hat{y}_t - \hat{k}_t$$

$$(3)\ \hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{l}_t$$

$$(5)\ \left(\bar{L}/(1-\bar{L})\right)\hat{l}_t = -\hat{c}_t + \hat{w}_t$$

$$(6)\ -\hat{c}_t = -E_t\left[\hat{c}_{t+1}\right] + \frac{\bar{R}}{\bar{R}+1-\delta}E_t\left[\hat{r}_{t+1}\right]$$

$$(8)\ \bar{K}\hat{k}_{t+1} = \boxed{\bar{I}\,\hat{i}_t} + (1-\delta)\bar{K}\hat{k}_t$$

$$(10)\ \bar{Y}\hat{y}_t = \bar{C}\hat{c}_t + \bar{I}\,\hat{i}_t + \bar{G}\hat{g}_t \Rightarrow \boxed{\bar{I}\,\hat{i}_t} = \bar{Y}\hat{y}_t - \bar{C}\hat{c}_t - \bar{G}\hat{g}_t$$

$$(11)\ \hat{g}_t = \rho_G \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_{G,t}$$

$$(12)\ \hat{a}_t = \rho_A \hat{a}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$$

3. Loglinearisiere
(e) Modellgleichungen (14)

$$(1)\ \hat{y}_t = \alpha \hat{k}_t + (1-\alpha)\hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{l}_t$$

$$(2)\ \hat{r}_t = \hat{y}_t - \hat{k}_t$$

$$(3)\ \hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{l}_t$$

$$(5)\ \left(\bar{L}/(1-\bar{L})\right)\hat{l}_t = -\hat{c}_t + \hat{w}_t$$

$$(6)\ -\hat{c}_t = -E_t\left[\hat{c}_{t+1}\right] + \frac{\bar{R}}{\bar{R}+1-\delta} E_t\left[\hat{r}_{t+1}\right]$$

$$(8)\ \bar{K}\hat{k}_{t+1} = \bar{Y}\hat{y}_t - \bar{C}\hat{c}_t - \bar{G}\hat{g}_t + (1-\delta)\bar{K}\hat{k}_t$$

$$(11)\ \hat{g}_t = \rho_G \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_{G,t}$$

$$(12)\ \hat{a}_t = \rho_A \hat{a}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$$