

# Das Neukeynesianische Basismodell

Prof. Dr. Kai Carstensen

LMU und ifo München

Juni 2008



# Kapitel 1

## Ein Neukeynesianisches Referenzmodell

Neukeynesianische Wirtschaftstheorie entspringt dem Versuch, der neuklassischen Theorie und der daraus erwachsenen Realen Konjunkturtheorie, die von jederzeit preisgeräumten Märkten ausgeht, eine stärker “keynesianisch” geprägte Modellwelt entgegenzusetzen, die durch Marktunvollkommenheiten (z. B. monopolistische Konkurrenz) sowie durch träge Preis- und Lohnanpassung gekennzeichnet ist. Während frühe neukeynesianische Modelle vor allem auf mikroökonomischer Ebene die Gründe für die beobachtbaren Rigiditäten aufzudecken versuchten, dominieren mittlerweile die mikroökonomisch fundierten Makromodelle, die insbesondere der Konjunkturerklärung dienen.<sup>1</sup>

Da die neukeynesianische Makroökonomik das von der Realen Konjunkturtheorie entwickelte Instrumentarium (Mikrofundierung, intertemporale Optimierung und rationale Erwartungen) auf einen keynesianischen Modellrahmen anwendet, wird sie auch als “Neue Neoklassische Synthese” bezeichnet (Goodfriend and King, 1997). Eines der wichtigsten Ergebnisse ist die Ableitung der “Neuen Phillipskurve”, die die aktuelle Inflationsrate als Funktion der Outputlücke und der erwarteten zukünftigen Inflationsrate erklärt. Damit wird Inflation zu einem Phänomen rational handelnder, vorausschauender Wirtschaftssubjekte auf unvollkommenen Märkten mit trägen Preisen. Darüber hinaus impliziert die Neue Phillipskurve, daß die Transmission von inflationären Impulsen immer über gegenwärtige oder erwartete, zukünftige Abweichungen des Outputs von seinem “natürlichen” Niveau bei flexiblen Preisen erfolgt.

Im Gegensatz zur Realen Konjunkturtheorie billigt die neukeynesianische Theorie auch rein monetären Impulsen kurz- und mittelfristige Realwirkungen zu, da die Preise erst verzögert reagieren. Langfristig führen sie jedoch zur Anpassung der monetären Variablen,

---

<sup>1</sup>Eine Übersicht über die früheren neukeynesianischen Modelle bietet Gordon (1990). Neuere Übersichtsartikel mit unterschiedlichen Schwerpunkten sind Goodfriend and King (1997), Clarida, Gali und Gertler (1999) sowie Gali (2000). Eine Einordnung in die Entwicklung der Makroökonomik nehmen Woodford (1999) und Blanchard (2000) vor.

ohne Realeffekte zu besitzen.

Das folgende Referenzmodell orientiert sich eng an dem Grundmodell von Gali (2000) und vernachlässigt eine Reihe wünschenswerter Modellteile, um zu überschaubaren, leicht zu interpretierenden Ergebnissen zu gelangen. Insbesondere wird angenommen, daß

- die Nutzenfunktion des repräsentativen Haushalts vom CRRA-Typ ist, d.h. sich durch konstante relative Risikoaversion auszeichnet, und intertemporal separierbar ist, es also zu keiner Gewohnheitsbildung kommen kann,
- die Produktionsfunktionen der Unternehmen vom Cobb-Douglas-Typ mit nur einem Inputfaktor Arbeit sind,
- der Arbeitsmarkt sich stets im Gleichgewicht befindet und Löhne sich frei anpassen können,
- der Gütermarkt durch monopolistische Konkurrenz gekennzeichnet ist, so daß die Güterpreise durch die Unternehmen oberhalb der Grenzkosten gesetzt werden, und
- die Preissetzung auf exogene Veränderungen mit Verzögerungen reagiert.

Unzählige Erweiterungen dieses Referenzmodells sind bisher diskutiert worden, u.a. Yun (1996), King und Wolman (1996), McCallum und Nelson (1999), Woodford (1998), Rotemberg und Woodford (1998), Chari, Kehoe und McGrattan (2000) sowie Christiano, Eichenbaum und Evans (2001).

## 1.1 Monopolistische Konkurrenz

Auf Märkten mit vollkommener Konkurrenz müssen alle Firmen letztlich den gleichen Preis verlangen, um nicht vom Markt zu verschwinden oder die gesamte Marktnachfrage befriedigen zu müssen. Im folgenden sollen aber unterschiedliche Firmen betrachtet werden, die nicht alle den gleichen Preis setzen, da sie unterschiedlichen Preisanpassungsverzögerungen ausgesetzt sind. Dies ist in einem Umfeld monopolistischer Konkurrenz möglich, in dem jede Firma ein Konsumgut herstellt, das sich soweit von den Konsumgütern der anderen Firmen unterscheidet, dass die Substitutionselastizität zwischen den Gütern nicht unendlich groß ist (wie im Fall der vollkommenen Konkurrenz). Dadurch erhält jede Firma einen Preissetzungsspielraum, der allerdings durch die Substituierbarkeit des eigenen Konsumgutes durch die Konsumgüter der anderen Firmen begrenzt ist.

Dies lässt sich wie folgt formalisieren. Es gibt unendlich viele Firmen  $i$ , die jeweils ein differenziertes Konsumgut  $C_t(i)$  herstellen und zum Preis  $P_t(i)$  verkaufen. Anstatt die Firmen als unendliche Reihe 1, 2, 3, ... zu zählen, wird ein Kontinuum von Firmen  $i \in [0, 1]$ ,  $i \in \mathcal{R}$  definiert.

Für einen Haushalt wird angenommen, dass er aus dem Konsum der einzelnen Güter einen Nutzen

$$U_t = U \left[ \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \right]$$

zieht. Definiert man den Konsumindex

$$C_t = \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}, \quad (1.1)$$

so lässt sich die Nutzenfunktion auch als

$$U_t = U [C_t]$$

schreiben. Zudem lässt sich der Preisindex, also das allgemeine Preisniveau, als

$$P_t = \left( \int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}} \quad (1.2)$$

definieren. Es lässt sich zeigen, dass diese Definition gerade dazu führt, dass die Gesamtausgaben des Haushalts  $\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di$  gleich dem Produkt aus Preisindex und Konsumindex  $P_tC_t$  sind. Es gilt also

$$P_tC_t = \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di.$$

Die Nutzenmaximierung des Haushalts führt nun dazu, dass die Nachfrage nach zwei verschiedenen Konsumgütern  $i$  und  $k$  durch die Gleichung

$$\frac{C_t(k)}{C_t(i)} = \left( \frac{P_t(i)}{P_t(k)} \right)^\epsilon \quad (1.3)$$

beschrieben wird. Die relative Nachfrage hängt also vom inversen Preisverhältnis ab, wobei die Preisreagibilität durch den Parameter  $\epsilon$  ausgedrückt wird. Tatsächlich ist  $-\epsilon$  die Preiselastizität der Nachfrage. Daher ist der Fall der vollkommenen Konkurrenz als Grenzfall  $\epsilon \rightarrow \infty$  im Modell enthalten.

Die Nachfrage nach dem Konsumgut  $k$  lässt sich durch Aggregation auch als

$$\frac{C_t(k)}{C_t} = \frac{P_t^\epsilon}{P_t(k)^\epsilon}$$

bzw. als

$$C_t(k) = C_t \frac{P_t^\epsilon}{P_t(k)^\epsilon} \quad (1.4)$$

darstellen. Dies bedeutet, dass die Nachfrage nach Gut  $k$  eine Funktion der gesamten Konsumnachfrage  $C_t$  und des für den Haushalt exogenen Preisverhältnisses  $P_t/P_t(k)$  ist.

Daher lässt sich das Optimierungskalkül des Haushalts auch in zwei Stufen darstellen. In der ersten Stufe maximiert der Haushalt seine aggregierte Konsumnachfrage  $C_t$  bei gegebenem Preisniveau  $P_t$ . In der zweiten Stufe leitet er seine optimale Konsumstruktur ab, die von den Relativpreisen beeinflusst wird. Da wir im folgenden an der Gesamtnachfrage interessiert sind, werden wir die zweite Stufe zumeist ausblenden.

**Ableitung der Ergebnisse.** Die Maximierung der Nutzenfunktion

$$U [C_t] = U \left[ \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \right]$$

bei gegebenem Einkommen  $E_t = \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di$  wird mit Hilfe der Lagrangefunktion

$$L_t = U \left[ \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \right] - \lambda \left( \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di - E_t \right)$$

durchgeführt. Für jedes Konsumgut  $k$  wird die Lagrangefunktion abgeleitet:

$$\frac{\partial L}{\partial C_t(k)} = \frac{\partial U}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_t(k)} - \lambda \frac{\partial \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di}{\partial C_t(k)} = 0$$

Bei der Ableitung sind die Integrale wie Summen über eine unendliche Anzahl von Summanden zu interpretieren. Da jeweils nur nach gerade einem Summanden abgeleitet wird, fallen alle anderen Summanden beim Ableiten weg. Daher ergibt sich

$$\frac{\partial \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di}{\partial C_t(k)} = \frac{\partial \int_{0, i \neq k}^1 P_t(i)C_t(i)di}{\partial C_t(k)} + \frac{\partial P_t(k)C_t(k)}{\partial C_t(k)} = P_t(k)$$

sowie

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_t}{\partial C_t(k)} &= \frac{\partial \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}}{\partial C_t(k)} \\ &= \underbrace{\frac{\epsilon}{\epsilon-1} \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}-1}}_{\text{(äußere Ableitung)}} \underbrace{\frac{\epsilon-1}{\epsilon} C_t(k)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}-1}}_{\text{(innere Ableitung)}} \\ &= \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{1}{\epsilon-1}} C_t(k)^{-\frac{1}{\epsilon}} \end{aligned}$$

Unter Verwendung der Definition des Konsumindex

$$C_t = \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \Rightarrow C_t^{\frac{1}{\epsilon}} = \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{1}{\epsilon-1}}$$

ergibt sich

$$\frac{\partial C_t}{\partial C_t(k)} = C_t^{\frac{1}{\epsilon}} C_t(k)^{-\frac{1}{\epsilon}}$$

Setzt man diese Ergebnisse ein in die Bedingung erster Ordnung, so erhält man

$$\frac{\partial L}{\partial C_t(k)} = \frac{\partial U}{\partial C_t} C_t^{\frac{1}{\epsilon}} C_t(k)^{-\frac{1}{\epsilon}} - \lambda P_t(k) = 0$$

für ein beliebiges Gut  $k$  und analog für ein beliebiges anderes Gut  $i$

$$\frac{\partial L}{\partial C_t(i)} = \frac{\partial U}{\partial C_t} C_t^{\frac{1}{\epsilon}} C_t(i)^{-\frac{1}{\epsilon}} - \lambda P_t(i) = 0$$

Löst man diese beiden Gleichungen nach  $\lambda$  auf und setzt sie gleich, so ergibt sich die relative Nachfragefunktion

$$\frac{C_t(k)}{C_t(i)} = \left( \frac{P_t(i)}{P_t(k)} \right)^\epsilon \quad \text{bzw.} \quad C_t(i) = C_t(k) P_t(k)^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon}.$$

Eine Beziehung zwischen der Nachfrage nach Gut  $k$  und der gesamten Konsumnachfrage ergibt sich durch Einsetzen in die Definitionsgleichung

$$\begin{aligned} C_t &= \left( \int_0^1 C_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} = \left( \int_0^1 (C_t(k) P_t(k)^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon})^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \\ &= \left( \int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} C_t(k) P_t(k)^\epsilon \end{aligned}$$

Definiert man nun den Preisindex  $P_t = \left( \int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}$ , so erhält man zum einen die Nachfragefunktion (1.4) und zum anderen wird die Bedingung  $P_t C_t = \int_0^1 P_t(i) C_t(i) di$  erfüllt, wie man leicht nachrechnen kann.

**Ende der Ableitung der Ergebnisse.**

## 1.2 Haushalte

Es wird von einem repräsentativen, unsterblichen Haushalt ausgegangen, der seinen intertemporalen Nutzen

$$E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} U(C_s, N_s) = E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left( \frac{C_s^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_s^{1+\phi}}{1+\phi} \right) \quad (1.5)$$

bezüglich des Konsumindex  $C_t$  und der geleisteten Arbeit  $N_t$  unter Berücksichtigung einer Sequenz von Budgetbeschränkungen

$$W_s N_s + B_{s-1} + T_s = P_s C_s + Q_s B_s, \quad s = t, \dots, \infty, \quad (1.6)$$

maximiert.<sup>2</sup> Dabei bezeichnet

- $W_s$  den Nominallohn,
- $B_s$  den Bestand an risikolosen Wertpapieren, die in der Periode  $s$  zum Preis  $Q_s$  gekauft werden und in der folgenden Periode zum Nennwert fällig werden und
- $T_s$  übrige Einkommensbestandteile, wie z.B. Firmengewinne.

Die Lösung des Optimierungsproblems führt zu zwei Optimalitätsbedingungen, die in approximativ log-linearer Form dargestellt werden.<sup>3</sup> Der Trade-off zwischen Konsumnachfrage und Arbeitsangebot genügt der Bedingung

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \phi n_t. \quad (1.7)$$

Die Beziehung zwischen dem Konsum zweier Perioden wird durch die intertemporale Eulergleichung

$$c_t = -\frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} + \ln \beta) + E_t c_{t+1} \quad (1.8)$$

bestimmt. Der Konsum der Gegenwart hängt also von erwarteten zukünftigen Größen und dem durch  $\beta$  gegebenen Zeitpräferenzfaktor ab. Dieser Zeitpräferenzfaktor kann über  $\beta = 1/(1 + \rho)$  in die Zeitpräferenzrate  $\rho$  umgerechnet werden, die intuitiv wie folgt zu interpretieren ist: Zukünftiger Konsum wird mit einem "subjektiven Zinssatz" in Höhe von  $\rho$  auf die aktuelle Periode "abgezinst". Wegen  $\ln \beta = -\ln(1 + \rho) \approx -\rho$  lässt sich die Eulergleichung auch als

$$c_t = -\frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + E_t c_{t+1} \quad (1.9)$$

schreiben.

**Ableitung der Ergebnisse.** Das Optimierungsproblem des Haushalts kann mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes gelöst werden. Dazu wird die Lagrangefunktion

$$L_t = E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left[ \frac{C_s^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_s^{1+\phi}}{1+\phi} + \lambda_s \left( W_s N_s + B_{s-1} + T_s - P_s C_s - Q_s B_s \right) \right]$$

bezüglich der Entscheidungsvariablen differenziert. Die Bedingungen erster Ordnung (FOCs) sind

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_t} = C_t^{-\sigma} - \lambda_t P_t \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow C_t^{-\sigma} = \lambda_t P_t \quad (1.10)$$

<sup>2</sup>Zusätzlich muss noch die Transversalitätsbedingung erfüllt sein, die sicherstellt, daß der Haushalt sich nicht unbegrenzt verschuldet.

<sup>3</sup>Im folgenden bezeichnen kleine Buchstaben logarithmierte Variablen.

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_{t+1}} = \beta E_t [C_{t+1}^{-\sigma} - \lambda_{t+1} P_{t+1}] \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow E_t [C_{t+1}^{-\sigma}] = E_t [\lambda_{t+1} P_{t+1}] \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial B_t} = -\lambda_t Q_t + \beta E_t [\lambda_{t+1}] \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \lambda_t Q_t = \beta E_t [\lambda_{t+1}] \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial N_t} = -N_t^\phi + \lambda_t W_t \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow N_t^\phi = \lambda_t W_t \quad (1.13)$$

Durch Logarithmieren lassen sich diese multiplikativen Gleichungen einfach linearisieren (im folgenden werden logarithmierte Variablen mit kleinen Buchstaben bezeichnet). Dabei ist für die Linearisierung des Erwartungsterms zu berücksichtigen, dass für eine lognormalverteilte Zufallsvariable  $x_t$  mit konstanter Varianz gilt:

$$\ln E_t [x_t] = E_t [\ln x_t] + \text{Konstante.}$$

Betrachtet man Abweichungen vom steady state (oder von einer anderen Basislösung), so fällt diese Konstante weg, weshalb sie im weiteren Verlauf von vorne herein ignoriert wird. Dann lassen sich die Modellgleichungen durch Logarithmieren einfach linearisieren:

$$-\sigma c_t = \ln \lambda_t + p_t \quad (1.14)$$

$$-\sigma E_t [c_{t+1}] = E_t [\ln \lambda_{t+1}] + E_t [p_{t+1}] \quad (1.15)$$

$$\ln \lambda_t + q_t = \ln \beta + E_t [\ln \lambda_{t+1}] \quad (1.16)$$

$$\phi n_t = \ln \lambda_t + w_t \quad (1.17)$$

Unter Verwendung von (1.14) und (1.15) lassen sich  $\ln \lambda_t$  und  $E_t [\ln \lambda_{t+1}]$  aus den anderen beiden Gleichungen substituieren. Dies ergibt die beiden Optimalitätsbedingungen

$$-\sigma c_t - p_t + q_t = \ln \beta - \sigma E_t c_{t+1} - E_t p_{t+1} \quad (1.18)$$

$$\phi n_t = -\sigma c_t - p_t + w_t \quad (1.19)$$

Die erste Gleichung gibt die intertemporale Dimension der Haushaltsentscheidung an und wird auch als Eulergleichung bezeichnet, die zweite Gleichung beschreibt den intratemporalen Trade-off zwischen Konsum und Arbeit und kann direkt in (1.7) überführt werden.

Die Eulergleichung kann nun noch geeignet umgeformt werden, um statt der Preise  $p_t$  und  $q_t$  die Inflationsrate  $\pi_t$  und den Zinssatz  $i_t$  zu berücksichtigen. Dazu wird sie zunächst transformiert in

$$\sigma c_t = \sigma E_t c_{t+1} + q_t + E_t [p_{t+1} - p_t] - \ln \beta$$

Die Inflationsrate ist definiert durch  $1 + \pi_{t+1} = P_{t+1}/P_t$ . Folglich gilt  $\ln P_{t+1} - \ln P_t = p_{t+1} - p_t = \ln(1 + \pi_{t+1})$ . Bei kleinen Inflationsraten kann die Näherung  $\ln(1 + \pi_{t+1}) \approx \pi_{t+1}$  verwendet werden, so dass sich  $p_{t+1} - p_t \approx \pi_{t+1}$  ergibt. Die Verzinsung des Wertpapiers ist definiert durch  $1 + i_t = 1/Q_t$ , da das Wertpapier bei Fälligkeit den "Rückgabewert" 1

hat. Wenn der Nominalzins nicht zu groß ist, gilt wiederum die Näherung  $\ln(1 + i_t) \approx i_t$ , so dass  $i_t \approx \ln(1/Q_t) = -q_t$  ist. Einsetzen ergibt

$$\sigma c_t = \sigma E_t c_{t+1} - i_t + E_t \pi_t - \ln \beta \quad (1.20)$$

$$\Rightarrow c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_t + \ln \beta). \quad (1.21)$$

**Ende der Ableitung der Ergebnisse.**

### 1.3 Staatsnachfrage

Für die Staatsnachfrage wird vereinfachend angenommen, daß ein Anteil  $\tau_t$  der Gesamtnachfrage  $Y_t^d(i)$  eines jeden Guts an den Staat geht,  $G_t(i) = \tau_t Y_t^d(i)$ . Folglich ist die Gesamtnachfrage gegeben durch

$$Y_t^d(i) = C_t(i) + \tau_t Y_t^d(i)$$

und daher

$$Y_t^d(i) = C_t(i)(1 - \tau_t)^{-1}. \quad (1.22)$$

Definiert man  $g_t = -\ln(1 - \tau_t) \approx \tau_t$ , so erhält man die log-lineare Gleichung

$$y_t^d(i) = c_t(i) + g_t, \quad (1.23)$$

wobei  $g_t$  auch als allgemeiner Nachfrageschock interpretiert werden kann. Es sei angenommen, daß  $g_t$  dem stationären Prozess

$$g_t = \rho_g g_{t-1} + \varepsilon_t^g, \quad \rho_g \in [0, 1), \quad (1.24)$$

folgt.

Die Preisabhängigkeit der Gesamtnachfrage kann durch Einsetzen der Haushaltsnachfrage (1.4) in Gleichung (1.22) dargestellt werden:

$$Y_t^d(i) = C_t P_t^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon} (1 - \tau_t)^{-1}. \quad (1.25)$$

### 1.4 Unternehmen

Es wird von einem Kontinuum von Unternehmen ausgegangen, die jeweils ein differenziertes Gut  $Y_t^s(i)$ ,  $i \in [0, 1]$ , anbieten. Ihre Produktionsfunktion ist durch

$$Y_t^s(i) = A_t N_t(i) \quad (1.26)$$

gegeben, wobei der Produktivitätsparameter  $a_t = \ln(A_t)$  dem exogenen Prozess

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a, \quad \rho_a \in [0, 1), \quad (1.27)$$

folgt. Es wird also von exogenem technischen Fortschritt ausgegangen, der zu einer Erhöhung der Arbeitsproduktivität führt und *für alle Unternehmen identisch* ist.

Aufgrund der einfachen Produktionstechnologie läßt sich die reale Kostenfunktion eines Unternehmens leicht berechnen:

$$K_t^r(i) = \frac{W_t}{P_t} N_t(i) = \frac{W_t}{P_t} A_t^{-1} Y_t^s(i).$$

Als reale Grenzkosten erhält man dann die realen Arbeitskosten für die Produktion einer zusätzlichen Outputeneinheit,

$$\partial K_t^r(i) / \partial Y_t^s(i) = \frac{W_t}{P_t} A_t^{-1} \quad \forall i \in [0, 1]$$

oder, nach Logarithmieren,

$$m c_t^r = w_t - p_t - a_t. \quad (1.28)$$

## 1.5 Markträumung

Räumung des Gütermarktes impliziert, daß Angebot  $Y_t^s(i)$  und Nachfrage  $Y_t^d(i)$  für alle Güter gleich sind, d.h.  $Y_t(i) \equiv Y_t^s(i) = Y_t^d(i)$ . Zudem muss der Arbeitsmarkt geräumt sein, d.h. die Summe aller Arbeitsinputs  $\int_0^1 N_t(i) di$  muss dem Arbeitsangebot  $N_t$  entsprechen.

Aufgrund der Räumung des Gütermarktes gilt

$$Y_t(i) = Y_t^d(i) = C_t(i)(1 - \tau_t)^{-1} \quad \forall i \in [0, 1]. \quad (1.29)$$

Werden diese Gleichungen über alle Güter  $i$  aggregiert, so erhält man

$$Y_t = C_t(1 - \tau_t)^{-1} \quad (1.30)$$

mit dem zum Konsum analogen Outputindex  $Y_t = \left( \int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ . Logarithmieren führt zu

$$y_t = c_t + g_t. \quad (1.31)$$

Die Räumung des Arbeitsmarktes verlangt  $N_t = \int_0^1 N_t(i) di$ . Diese Bedingung impliziert im allgemeinen nur näherungsweise, dass die firmenspezifischen Produktionsfunktionen zu einer analogen gesamtwirtschaftlichen Produktionsfunktion aggregiert werden können. Der Grund dafür ist, dass Gütermarkträumung und Aggregation zu dem Outputindex  $Y_t = \left( \int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$  führen. Setzt man die Produktionsfunktion

$$Y_t(i) = N_t(i) A_t$$

in diesen Index ein, so ergibt sich

$$Y_t = \left( \int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} = \left( \int_0^1 N_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} A_t,$$

also nicht

$$Y_t = \int_0^1 N_t(i) di A_t = N_t A_t.$$

Der Unterschied hängt von einer möglichen Preisverzerrung ab, die dadurch zustande kommen kann, dass nicht alle Firmen in jeder Periode den gewinnmaximalen Preis setzen können. Er ist aber klein in dem Sinne, dass er bei einer linearen Taylor-Approximation wegfällt. Daher nehmen wir an, dass die gesamtwirtschaftlich Produktionsfunktion  $Y_t = N_t A_t$  durch Aggregation der firmenspezifischen Produktionsfunktionen entsteht. Nach Logarithmieren erhält man dann

$$y_t = n_t + a_t \quad (1.32)$$

mit  $n_t = \ln N_t = \ln \int_0^1 N_t(i) di$ .

Setzt man diesen Ausdruck sowie die Gleichungen für das Arbeitsangebot (1.7) und die Gütermarkträumung (1.31) in die Gleichung der realen Grenzkosten (1.28) ein, dann lassen sich die markträumenden (mit Güter- und Arbeitsmarkträumung vereinbaren) realen Grenzkosten darstellen als

$$mc_t^r = (\sigma + \phi)y_t - (1 + \phi)a_t - \sigma g_t. \quad (1.33)$$

Es ist dabei noch kein spezifisches Preissetzungsverhalten der Produzenten unterstellt worden. Die Bedingung (1.33) besitzt daher sowohl bei flexibler als auch bei verzögerter Preisanpassung Gültigkeit.

**Ableitung der Ergebnisse.** Zunächst wird die näherungsweise gesamtwirtschaftliche Produktionsfunktion  $Y_t = N_t A_t$  hergeleitet. Aus der Nachfragefunktion (1.25) folgt bei Gütermarkträumung

$$Y_t(i) = Y_t^d(i) = C_t P_t^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon} (1 - \tau_t)^{-1}. \quad (1.34)$$

Gleichzeitig gilt die firmenspezifische Produktionsfunktion

$$Y_t(i) = N_t(i) A_t$$

Setzt man diese beiden Gleichungen gleich, so erhält man

$$P_t^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon} C_t (1 - \tau_t)^{-1} = N_t(i) A_t.$$

Berücksichtigt man, dass bei Gütermarkträumung  $Y_t = C_t (1 - \tau_t)^{-1}$  gilt, dann lässt sich obige Gleichung auch schreiben als

$$P_t^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon} Y_t = N_t(i) A_t.$$

Nun aggregiert man linear über alle  $N_t(i)$  zu  $N_t = \int_0^1 N_t(i) di$ , d.h. jeder Arbeitseinsatz wird gleich gewichtet:

$$Y_t \int_0^1 (P_t/P_t(i))^\epsilon di = \int_0^1 N_t(i) di A_t.$$

Man erhält dann den gesamtwirtschaftlichen Zusammenhang

$$Y_t \int_0^1 (P_t/P_t(i))^\epsilon di = N_t A_t, \quad (1.35)$$

in dem der Faktor  $\int_0^1 (P_t/P_t(i))^\epsilon di$  als Indikator der relativen Preisverzerrungen interpretiert werden kann. Für den Fall, daß alle Einzelpreise identisch sind, hat dieser Faktor den Wert 1 und es gilt exakt  $Y_t = N_t A_t$ . Identische Preise stellen sich z. B. im Idealfall vollkommen flexibler Preise ein. Im allgemeinen nimmt der Faktor jedoch einen Wert ungleich Null an. Man kann allerdings zeigen, daß die Verzerrung unter bestimmten Umständen klein ist: Eine lineare Taylor-Approximation des Verzerrungsfaktors um den Idealfall flexibler Preise führt zu dem Ergebnis, daß die Verzerrung nur ein Effekt zweiter Ordnung ist, d.h. eine lineare Taylor-Approximation liefert für den Verzerrungsfaktor den Wert 1. Dann ist es approximativ gerechtfertigt, (1.35) durch

$$A_t N_t = Y_t$$

oder in logarithmierter Form durch (1.32) zu approximieren.

Die markträumenden realen Grenzkosten erhält man durch Substitution des Reallohns in (1.28) durch die Arbeitsangebotsgleichung (1.7):

$$m c_t^x = \sigma c_t + \phi n_t - a_t.$$

Ersetzt man nun  $c_t$  durch Gleichung (1.31) und  $n_t$  durch Gleichung (1.32), so erhält man die gesuchte Gleichung (1.33).

**Ende der Ableitung der Ergebnisse.**

## 1.6 Gleichgewicht bei flexiblen Preisen

Im Falle vollkommener Preisflexibilität setzt jeder Produzent seinen Preis  $P_t(i)$  so, daß er seinen Gewinn

$$G_t^f(i) = P_t(i) Y_t(i) - W_t N_t(i) \quad (1.36)$$

maximiert.<sup>4</sup> Dabei beachtet er, daß er sich auf einem Markt monopolistischer Konkurrenz befindet, d.h. er kennt die Nachfragefunktion nach dem von ihm produzierten Gut. Diese

---

<sup>4</sup>Im vorliegenden Fall ist kein intertemporaler Ansatz notwendig, da das Unternehmen keinen intertemporalen Restriktionen unterliegt. Dies würde sich ändern, wenn Kapital als Produktionsfaktor berücksichtigt würde, da Kapitalakkumulation intertemporal zu beschreiben ist. Auch eine beschränkte Preisanpassung macht einen intertemporalen Ansatz notwendig, s. Abschnitt 1.7.

hat bei Markträumung die folgende Gestalt, vgl. (1.34):

$$Y_t(i) = Y_t^d(i) = C_t(1 - \tau_t)^{-1} P_t^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon} = Y_t P_t^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon}.$$

Unter Beachtung der invertierten Produktionsfunktion  $N_t(i) = A_t^{-1} Y_t(i)$  läßt sich die Gewinnfunktion dann schreiben als

$$\begin{aligned} G_t^f(i) &= P_t(i) Y_t(i) - W_t A_t^{-1} Y_t(i) \\ &= (P_t(i) - W_t A_t^{-1}) Y_t(i) \\ &= (P_t(i) - W_t A_t^{-1}) Y_t P_t^\epsilon P_t(i)^{-\epsilon}. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Der gewinnmaximale Preis läßt sich finden, indem man (1.37) nach  $P_t(i)$  ableitet und gleich Null setzt. Man erhält

$$P_t(i) = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} W_t A_t^{-1}, \quad \forall i \in [0, 1]. \quad (1.38)$$

Dabei sind  $W_t A_t^{-1} = MC_t$  gerade die nominalen Grenzkosten. In logarithmierter Form ergibt sich daher die Preissetzungsregel

$$p_t(i) = \ln \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} + w_t - a_t = \ln \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} + mc_t = \mu + mc_t. \quad (1.39)$$

Der Preis wird als Aufschlag (Markup) in Höhe von  $\mu = \ln \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} > 0$  über die (logarithmierten) nominalen Grenzkosten gewählt. Dies bedeutet, daß das Ergebnis der vollkommenen Konkurrenz (*Preis = Grenzkosten*) verletzt ist. Es zeigt sich in (1.38), daß alle Produzenten den gleichen Preis verlangen. Dies folgt aus der Annahme, daß die Produktions- und Absatzstrukturen für alle Produzenten gleich sind. Aus identischen Preisen folgt  $P_t = P_t(i)$ . Damit gelten (1.38) und (1.39) auch gesamtwirtschaftlich, also insbesondere

$$p_t = \mu + w_t - a_t = \mu + mc_t. \quad (1.40)$$

Auflösen von (1.40) nach dem Markup ergibt

$$-\mu = mc_t - p_t = w_t - p_t - a_t = mc_t^r, \quad (1.41)$$

d.h. die realen Grenzkosten  $mc_t^r$  entsprechen gerade dem inversen Markup.

Werden sowohl Markträumung als auch flexible Preise unterstellt, so gelangt man zu gleichgewichtigen Lösungen des Modells, die auch als die *natürlichen* Werte bezeichnet werden. Im folgenden sind diese gleichgewichtigen Werte der einzelnen realen Variablen angegeben:

$$\bar{mc}_t^r = -\mu \quad (1.42)$$

$$\bar{w}_t / \bar{p}_t = -\mu + a_t \quad (1.43)$$

$$\bar{y}_t = -\frac{\mu}{\phi + \sigma} + \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} a_t + \frac{\sigma}{\phi + \sigma} g_t \quad (1.44)$$

$$\bar{n}_t = -\frac{\mu}{\phi + \sigma} + \frac{1 - \sigma}{\phi + \sigma} a_t + \frac{\sigma}{\phi + \sigma} g_t \quad (1.45)$$

$$\bar{c}_t = -\frac{\mu}{\phi + \sigma} + \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} a_t - \frac{\phi}{\phi + \sigma} g_t \quad (1.46)$$

$$\bar{r}_t = \rho - \sigma \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_a) a_t + \sigma \frac{\phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_g) g_t. \quad (1.47)$$

Dabei bezeichnet  $\bar{r}_t$  den gleichgewichtigen Realzinssatz. Es ist hierbei zu beachten, dass es sich nicht um das nichtstochastische Steady State handelt. Dies stellt sich ein, wenn alle Schocks ausgelaufen sind und ihrem Erwartungswert  $E[a_t] = E[g_t] = 0$  entsprechen. Folglich lassen sich die Werte des Steady State aus den natürlichen Werten berechnen, indem man in den Gleichungen (1.42) bis (1.47) einfach  $a_t = g_t = 0$  setzt.

**Ableitung der Ergebnisse.** Zur Übersichtlichkeit seien noch einmal die relevanten Modellgleichungen aufgeführt:

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \phi n_t \quad (1.48)$$

$$c_t = -\frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + E_t c_{t+1} \quad (1.49)$$

$$y_t = c_t + g_t \quad (1.50)$$

$$y_t = n_t + a_t \quad (1.51)$$

$$p_t = \mu + w_t - a_t \quad (1.52)$$

Die ersten beiden Gleichungen entspringen der Nutzenoptimierung des Haushalts, die folgenden beiden Gleichungen der Marktträumung und die letzte Gleichung der Gewinnmaximierung der Unternehmen bei flexiblen Preisen. Mit Hilfe dieser fünf Gleichungen lassen sich die realen Größen  $y_t$ ,  $c_t$ ,  $n_t$ ,  $w_t - p_t$  und  $r_t = i_t - E_t[\pi_{t+1}]$  als Funktionen der Modellparameter und der exogenen Schocks  $a_t$  und  $g_t$  bestimmen. Die nominalen Größen können bestimmt werden, indem z.B. eine Zinssatzungsregel der Zentralbank unterstellt wird.

Aus (1.52) ergeben sich unmittelbar die gleichgewichtigen realen Grenzkosten  $\bar{m}c_t^r = \bar{w}_t - \bar{p}_t - a_t = -\mu$  bzw. die gleichgewichtigen Reallöhne  $\bar{w}_t - \bar{p}_t = -\mu + a_t$ .

Durch Gleichsetzen von (1.50) und (1.51) erhält man  $n_t = c_t - a_t + g_t$ , was in (1.48) eingesetzt wird:

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \phi (c_t - a_t + g_t).$$

Unter Berücksichtigung von  $\bar{w}_t - \bar{p}_t = -\mu + a_t$  lässt sich diese Gleichung nach dem gleichgewichtigen Konsum auflösen:

$$\begin{aligned} (\sigma + \phi) \bar{c}_t &= -\mu + a_t + \phi a_t - \phi g_t \\ \bar{c}_t &= \frac{-\mu}{\sigma + \phi} + \frac{1 + \phi}{\sigma + \phi} a_t - \frac{\phi}{\sigma + \phi} g_t. \end{aligned}$$

Nun lässt sich der gleichgewichtige Arbeitseinsatz zurückrechnen als

$$\begin{aligned}\bar{n}_t &= \bar{c}_t - a_t + g_t \\ \bar{n}_t &= \frac{-\mu}{\sigma + \phi} + \frac{1 - \sigma}{\sigma + \phi} a_t + \frac{\sigma}{\sigma + \phi} g_t.\end{aligned}$$

Der gleichgewichtige Output ergibt sich anhand von (1.50).

Schließlich errechnet sich das natürliche Realzinsniveau (1.47), indem man zunächst die intertemporale Gleichgewichtsbedingung (1.49) nach  $r_t = i_t - E_t \pi_{t+1}$  auflöst:

$$\bar{r}_t = \rho + \sigma (E_t \bar{c}_{t+1} - \bar{c}_t).$$

Für den Konsum werden die gleichgewichtigen Werte eingesetzt:

$$\begin{aligned}\bar{r}_t &= \rho + \sigma \left[ \frac{-\mu}{\phi + \sigma} + \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} E_t a_{t+1} - \frac{\phi}{\phi + \sigma} E_t g_{t+1} \right] - \sigma \left[ \frac{-\mu}{\phi + \sigma} + \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} a_t - \frac{\phi}{\phi + \sigma} g_t \right] \\ &= \rho + \sigma \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} \rho_a a_t - \sigma \frac{\phi}{\phi + \sigma} \rho_g g_t - \sigma \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} a_t + \sigma \frac{\phi}{\phi + \sigma} g_t \\ &= \rho - \sigma \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_a) a_t + \sigma \frac{\phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_g) g_t\end{aligned}$$

wegen  $E_t a_{t+1} = \rho_a a_t$ , vgl. (1.27), und  $E_t g_{t+1} = \rho_g g_t$ , vgl. (1.24).

**Ende der Ableitung der Ergebnisse.**

## 1.7 Gleichgewicht bei verzögerter Preisanpassung

Bedenkt man das beobachtbare, träge Verhalten von Preisen auf aggregierter Ebene, so ist das Modell flexibler Preise sicherlich nicht angemessen zur Beschreibung von konjunkturellen Schwankungen. Realistischer ist die Annahme einer verzögerten Preisanpassung, z. B. aufgrund von Preisänderungs- oder Informationskosten. Ein einfaches Modell der *stotternden* Preisanpassung (Calvo, 1983) geht davon aus, daß jedes Unternehmen seinen Preis mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\theta$  unverändert läßt und mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1 - \theta$  anpaßt, unabhängig davon, was andere Unternehmen tun, wann die letzte Anpassung vorgenommen wurde und wie groß der Unterschied zwischen dem Preis der Vorperiode und dem optimalen Preis ist. Auf gesamtwirtschaftlicher Ebene führt dies dazu, daß in jeder Periode ein Anteil  $\theta$  der Preise unverändert bleibt, während die übrigen Preise angepaßt werden. Das aggregierte Preisniveau folgt dann näherungsweise folgender Differenzgleichung:

$$p_t = \theta p_{t-1} + (1 - \theta) p_t^*. \quad (1.53)$$

Dabei bezeichnet  $p_t^*$  den in Periode  $t$  für die Unternehmen optimalen Preis. Aufgrund der identischen Produktionstechnologie und Nachfragestruktur ist dieser Preis für alle Unternehmen identisch.

Die Wahl des für ein Unternehmen optimalen Preises  $p_t^*$  ist nun ein intertemporales Problem, da das Unternehmen weiß, daß die nächste Preisänderung möglicherweise erst viele Perioden später erfolgen wird. Daher ist es suboptimal, den allein für Periode  $t$  optimalen Preis zu verwenden, wenn in der Zukunft weitere Änderungen des Entscheidungsrahmens (z. B. aufgrund von Schocks) erwartet werden. Es bietet sich daher folgende Gewinnfunktion an:

$$G_t^s(i) = E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} [P_t^*(i)Y_s(i) - W_s N_s(i)]. \quad (1.54)$$

Dabei werden die zukünftigen Periodengewinne  $P_t^*(i)Y_s(i) - W_s N_s(i)$ ,  $s = t, \dots, \infty$ , doppelt "abgezinst":  $\beta^{s-t}$  beschreibt die übliche Präferenz für zeitnahe Gewinne,  $\theta^{s-t}$  spiegelt die mit der Zeit abnehmende Wahrscheinlichkeit wider, daß der zu setzende Preis  $P_t^*(i)$  auch noch in Periode  $s$  gültig ist, das Unternehmen also zwischen  $t$  und  $s$  keine Gelegenheit zur Reoptimierung hat.

Die Maximierung des erwarteten Gegenwartswerts (1.54) führt bei Log-Linearisierung an der Stelle der Flexpreis-Lösung zu der approximativ gültigen Preissetzungsregel

$$p_t^* = \mu + (1 - \beta\theta) \sum_{s=t}^{\infty} (\beta\theta)^{s-t} E_t mc_s, \quad (1.55)$$

d.h. der optimale Preis ergibt sich als Markup über die gewichtete Summe der laufenden und zukünftigen nominalen Grenzkosten  $mc_t$ . Dies ist als Verallgemeinerung der im Falle flexibler Preise optimalen Preissetzung (1.40) zu verstehen.

Für die Inflationsentwicklung läßt sich unter Verwendung von (1.53) und (1.55) die Bestimmungsgleichung

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \widehat{mc}_t^r \quad (1.56)$$

mit  $\lambda = (1 - \theta)(1 - \beta\theta)/\theta$  ableiten. Dabei bezeichnet  $\widehat{mc}_t^r = mc_t^r - \bar{mc}_t^r = mc_t^r + \mu$  die relative Abweichung der realen Grenzkosten vom natürlichen Niveau, das auch gerade dem Steady State entspricht. Die aktuelle Inflationsrate wird demnach durch die erwartete Inflationsrate der Folgeperiode und die Abweichung der realen marginalen Kosten vom natürlichen Referenzwert bestimmt. Entscheidend bei dieser Beziehung ist die Verbindung einer nominalen mit einer realen Größe: Inflationsdynamik ist im vorliegenden Modell die Konsequenz realer Schwankungen  $\widehat{mc}_t^r$ . Es muß aber betont werden, daß solche Schwankungen dennoch *gleichgewichtige* Phänomene bei *rigiden Preisen* sind.

Üblicherweise schreibt man Inflationsgleichungen in Abhängigkeit von der Outputlücke  $x_t = y_t - \bar{y}_t$  und nennt sie dann Phillips-Kurven (nach Phillips, 1958). Eine einfache Beziehung zwischen den realen Grenzkosten  $\widehat{mc}_t^r$  und der Outputlücke ergibt sich, wenn  $\bar{mc}_t^r = -\mu$  von (1.33) subtrahiert wird:

$$\widehat{mc}_t^r = mc_t^r - \bar{mc}_t^r = (\sigma + \phi)y_t - (1 + \phi)a_t - \sigma g_t + \mu$$

$$\begin{aligned}
&= (\sigma + \phi) \left[ y_t - \frac{1 + \phi}{\sigma + \phi} a_t - \frac{\sigma}{\sigma + \phi} g_t + \frac{\mu}{\sigma + \phi} \right] \\
&= (\sigma + \phi) [y_t - \bar{y}_t].
\end{aligned}$$

Folglich gilt die Beziehung

$$\widehat{mc}_t^r = (\sigma + \phi)x_t, \quad (1.57)$$

die nun in (1.56) eingesetzt wird:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t \quad (1.58)$$

mit  $\kappa = \lambda(\sigma + \phi)$ . Diese *neukeynesianische Phillips-Kurve* enthält im Unterschied zu traditionellen Formulierungen die erwartete zukünftige Inflationsrate und eine theoretisch fundierte Outputlücke.

Zusätzlich kann die Eulergleichung der Haushalte (1.9) in

$$x_t = -\frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \bar{r}_t) + E_t x_{t+1} \quad (1.59)$$

überführt werden, die die Anpassungsdynamik der Outputlücke selbst beschreibt. Diese Gleichung wird auch als *neukeynesianische* (oder einfach *neue*) IS-Kurve bezeichnet (King, 2000), da sie einen Zusammenhang zwischen einem Outputmaß und dem Realzins beschreibt.

Die Beziehungen (1.58) und (1.59) können zusammen mit den Gleichungen für die stochastischen Prozesse  $a_t$  (Produktivitätsschock) und  $g_t$  (Nachfrageschock) sowie einer noch zu spezifizierenden Gleichung für das Zinsniveau (z. B. als Entscheidungsvariable der Zentralbank) das Anpassungsverhalten des Modells vollständig beschreiben.

**Ableitung der Ergebnisse.** Zur Übersichtlichkeit seien wiederum die relevanten Modellgleichungen aufgeführt:

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \phi n_t \quad (1.60)$$

$$c_t = -\frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + E_t c_{t+1} \quad (1.61)$$

$$y_t = c_t + g_t \quad (1.62)$$

$$y_t = n_t + a_t \quad (1.63)$$

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \widehat{mc}_t^r \quad (1.64)$$

$$\widehat{mc}_t^r = w_t - p_t - a_t + \mu \quad (1.65)$$

$$x_t = y_t - \bar{y}_t \quad (1.66)$$

Im Vergleich zum Modell mit flexiblen Preisen haben sich drei Gleichungen verändert. Da die Unternehmen intertemporal optimieren, ergibt sich hier eine dynamische Preisgleichung (1.64). Zudem kommen zwei Definitionsgleichungen für die realen Grenzkosten (1.65) und die Outputlücke (1.66) hinzu.

In einem ersten Schritt lässt sich dieses Gleichungssystem reduzieren, indem (1.62) und (1.63) verwendet werden, um  $c_t$  und  $n_t$  aus dem System zu eliminieren:

$$\begin{aligned} w_t - p_t &= (\sigma + \phi)y_t - \phi a_t - \sigma g_t \\ y_t &= -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - \rho) + E_t y_{t+1} + (1 - \rho_g)g_t \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \widehat{m\bar{c}}_t^r \\ \widehat{m\bar{c}}_t^r &= w_t - p_t - a_t + \mu \\ x_t &= y_t - \bar{y}_t \end{aligned}$$

Im zweiten Schritt wird die vorletzte Gleichung verwendet, um den Reallohn aus der ersten Gleichung zu eliminieren:

$$\begin{aligned} \widehat{m\bar{c}}_t^r &= (\sigma + \phi)y_t + \mu - (1 + \phi)a_t - \sigma g_t \\ x_t + \bar{y}_t &= -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - \rho) + E_t x_{t+1} + E_t \bar{y}_{t+1} + (1 - \rho_g)g_t \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \widehat{m\bar{c}}_t^r \end{aligned}$$

Nun ist zu beachten, dass im Fall mit flexiblen Preisen

$$\begin{aligned} (\sigma + \phi)\bar{y}_t &= (\sigma + \phi) \left[ -\frac{\mu}{\phi + \sigma} + \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} a_t + \frac{\sigma}{\phi + \sigma} g_t \right] \\ &= -\mu + (1 + \phi)a_t + \sigma g_t \end{aligned}$$

gilt. Einsetzen in die erste Gleichung führt zu

$$\begin{aligned} \widehat{m\bar{c}}_t^r &= (\sigma + \phi)y_t \\ x_t + \bar{y}_t &= -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - \rho) + E_t x_{t+1} + E_t \bar{y}_{t+1} + (1 - \rho_g)g_t \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \widehat{m\bar{c}}_t^r \end{aligned}$$

Jetzt kann die erste Gleichung verwendet werden, um die realen Grenzkosten in der dritten Gleichung zu eliminieren:

$$\begin{aligned} x_t + \bar{y}_t &= -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - \rho) + E_t x_{t+1} + E_t \bar{y}_{t+1} + (1 - \rho_g)g_t \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t, \end{aligned}$$

wobei  $\kappa = \lambda(\sigma + \phi)$  ist.

Im letzten Schritt soll auch der Realzins in Abweichung von seinem natürlichen Niveau  $\bar{r}_t = \rho - \sigma \frac{1+\phi}{\phi+\sigma}(1-\rho_a)a_t + \sigma \frac{\phi}{\phi+\sigma}(1-\rho_g)g_t$  geschrieben werden. Dazu wird der natürliche Realzins einfach in der ersten Gleichung dazu addiert und abgezogen:

$$\begin{aligned} x_t + \bar{y}_t &= -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - \rho - \bar{r}_t + \bar{r}_t) + E_t x_{t+1} + E_t \bar{y}_{t+1} + (1-\rho_g)g_t \\ x_t &= -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - \bar{r}_t) + E_t x_{t+1} + \frac{\rho}{\sigma} - \frac{\bar{r}_t}{\sigma} + E_t \bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t + (1-\rho_g)g_t \\ x_t &= -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - \bar{r}_t) + E_t x_{t+1} \end{aligned}$$

Die letzte Umformung ergibt sich, weil der Ausdruck  $\frac{\rho}{\sigma} - \frac{\bar{r}_t}{\sigma} + E_t \bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t + (1-\rho_g)g_t = 0$  ist, wie man leicht zeigen kann, indem die natürlichen Werte für  $\bar{y}_t$ ,  $\bar{y}_{t+1}$  und  $\bar{r}_t$  eingesetzt werden.

So ergibt sich schließlich das System der beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} x_t &= -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - \bar{r}_t) + E_t x_{t+1} \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t. \end{aligned}$$

Da hier drei endogene Variablen beschrieben werden ( $x_t$ ,  $\pi_t$  und  $i_t$ ), ist eine weitere Gleichung notwendig. Dazu kann eine Zinssetzungsgleichung der Zentralbank spezifiziert werden.

**Ende der Ableitung der Ergebnisse.**

## 1.8 Zentralbankverhalten

Für das Zentralbankverhalten sind unterschiedliche Annahmen möglich. Im allgemeinen könnte man unterstellen, dass die Zentralbank den Zins so setzt, dass der gesamtwirtschaftliche Nutzen maximiert wird. Alternativ kann man annehmen, dass die Zentralbank das Geldangebot oder den Zinssatz mit Hilfe einer einfachen Regel steuert. Da die Zinssteuerung derzeit wohl der geldpolitischen Praxis am besten Beschreibt, soll eine Zinssetzungsregel der Form

$$i_t = \rho + \gamma_\pi \pi_t + \gamma_x x_t + v_t, \quad \gamma_\pi > 1, \gamma_x > 0 \quad (1.67)$$

unterstellt werden. Diese Regel wird häufig auch als Taylorregel bezeichnet.<sup>5</sup> Sie impliziert, dass die Zentralbank den Zinssatz anhebt, wenn die Inflationsrate über die Zielrate

<sup>5</sup>Taylor (1999) hat in einem einflussreichen Artikel gezeigt, dass das Zinssetzungsverhalten der Fed durch eine solche Regel mit den Parameter  $\gamma_\pi = 1.5$  und  $\gamma_x = 0.5$  gut beschrieben werden kann.

(die hier auf Null gesetzt ist) steigt. Da  $\gamma_\pi > 1$  unterstellt ist, hebt sie den Zinssatz sogar stärker an als die Inflationsrate gestiegen ist. Folglich bewirkt sie einen Anstieg des Realzinses. Dadurch wird die Nachfrage, die anhand der neukeynesianischen IS-Kurve vom Realzins abhängt, reduziert, was den Inflationsdruck vermindert und zu einem Rückgang der Inflation zum Zielwert ermöglicht.

Der Einfluss der Outputlücke auf das Zinssatzverhalten lässt im allgemeinen zwei Interpretationen zu. Entweder verwendet die Zentralbank die Outputlücke als Inflationsindikator oder sie berücksichtigt bei ihren Zinsentscheidungen die Outputlücke, um die realwirtschaftlichen Folgen einer Zinsänderung abzumildern. Letzteres ist dann sinnvoll, wenn die alleinige Fixierung auf die Inflation zu ungewünscht starken Rezessionen führen könnte.

Die Größe  $v_t$  wird als geldpolitischer Schock interpretiert und als autoregressiver Prozess

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v, \quad 0 \leq \rho_v < 1 \quad (1.68)$$

modelliert. Geldpolitische Schocks entstehen, wenn die Zentralbank sich anders verhält als der systematische Teil der Taylorregel  $\rho + \gamma_\pi \pi_t + \gamma_x x_t$  nahe legt. Dies wäre z.B. dann der Fall, wenn die Zentralbank einen Fehler macht, wenn sie aufgrund interner Differenzen eine Entscheidung verschiebt, wenn sie aufgrund außergewöhnlicher Umstände eine von der Regel abweichende Entscheidung trifft oder wenn sie über bessere Informationen als die Öffentlichkeit verfügt.

## 1.9 Lösung des Modells

Das neukeynesianische Konjunkturmodell lässt sich auf drei Gleichungen zurückführen: eine IS-Kurve, eine Phillips-Kurve und einer Reaktionsfunktion der Zentralbank. Es ist also das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_t &= -\frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \bar{r}_t) + E_t x_{t+1} \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t \\ i_t &= \rho + \gamma_\pi \pi_t + \gamma_x x_t + v_t \end{aligned}$$

zu lösen. Da der natürliche Zinssatz von dem Technologieschock und dem Nachfrageschock abhängt, lässt sich die IS-Kurve auch wie folgt schreiben

$$x_t = -\frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + E_t x_{t+1} - \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_a) a_t + \frac{\phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_g) g_t.$$

Setzt man nun noch die Reaktionsfunktion in die IS-Kurve ein, um den Zinssatz zu eliminieren, so erhält man

$$\left(1 + \frac{\gamma_x}{\sigma}\right) x_t = -\frac{\gamma_\pi}{\sigma} \pi_t + \frac{1}{\sigma} E_t \pi_{t+1} - \frac{1}{\sigma} v_t + E_t x_{t+1} - \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_a) a_t + \frac{\phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_g) g_t$$

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t.$$

Diese Erwartungsgleichungen können mit Hilfe der Methode der undeterminierten Koeffizienten gelöst werden. Im Anschluss lassen sich die Impulsantwortfolgen nach einem Schock berechnen und grafisch darstellen.

### 1.9.1 Geldpolitischer Schock

Betrachten wir zunächst einen geldpolitischen Schock und setzen die beiden übrigen Schocks gleich Null. Das Gleichungssystem reduziert sich dann zu

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\gamma_x}{\sigma}\right) x_t &= -\frac{\gamma_\pi}{\sigma} \pi_t + \frac{1}{\sigma} E_t \pi_{t+1} - \frac{1}{\sigma} v_t + E_t x_{t+1} \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t. \end{aligned}$$

Sowohl die Outputlücke als auch die Inflationsrate sind in diesem Modell Sprungvariablen, d.h. sie hängen nicht von einer prädeterminierten Zustandsvariablen ab. Für die Methode der undeterminierten Koeffizienten bedeutet dies, dass (bei Vernachlässigung der übrigen Schocks) der Lösungsansatz einfach

$$x_t = a_1 v_t \Rightarrow E_t x_{t+1} = a_1 \rho_v v_t \quad (1.69)$$

$$\pi_t = b_1 v_t \Rightarrow E_t \pi_{t+1} = b_1 \rho_v v_t \quad (1.70)$$

ist. Setzt man dies in das Gleichungssystem ein, so lassen sich die undeterminierten Koeffizienten  $a_1$  und  $b_1$  berechnen zu

$$a_1 = -\frac{1 - \beta \rho_v}{(1 - \beta \rho_v)[\sigma(1 - \rho_v) + \gamma_x] + \kappa(\gamma_\pi - \rho_v)} \quad (1.71)$$

$$b_1 = -\frac{\kappa}{(1 - \beta \rho_v)[\sigma(1 - \rho_v) + \gamma_x] + \kappa(\gamma_\pi - \rho_v)}. \quad (1.72)$$

Aus  $x_t$  und  $\pi_t$  lassen sich dann alle weiteren Modellvariablen zurückrechnen.

Für die Kalibrierung der Parameter werden die folgenden Annahmen getroffen:

- $\beta = 0.99$ , d.h. die individuelle Zeitpräferenzrate ist  $\rho = -\ln \beta \approx 0.01$ . Da das Modell für Quartalszahlen kalibriert werden soll, impliziert dies eine annualisierte Zeitpräferenzrate von rund 4%.
- $\sigma = \phi = 1$ , d.h. die Nutzenfunktion ist logarithmisch im Konsum und quadratisch im Arbeitsleid.
- $\epsilon = 6$ , d.h. im Fall flexibler Preise beträgt der Markup der Unternehmen wegen  $\mu = \ln \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \approx 0.18$  ungefähr 18% auf die nominalen Grenzkosten.

- $\theta = 2/3$ , d.h. zwei Drittel der Preise sind in jeder Periode fixiert. Nur ein Drittel kann angepasst werden.
- $\gamma_\pi = 1.5$  und  $\gamma_x = 0.5/4$ . Dies sind die Koeffizienten wie sie von Taylor (1999) für die USA berichtet werden. (Die Division durch 4 bei  $\gamma_x$  reflektiert, dass hier Quartalsraten betrachtet werden, bei Taylor dagegen annualisierte Zinsen und Inflationsraten.)
- $\rho_v = 0.5$ , d.h. der geldpolitische Schock ist nur mäßig persistent.

Im folgenden sind die Impulsantworten nach einem geldpolitischen Schock grafisch dargestellt. Der Wirkungszusammenhang läßt sich wie folgt skizzieren: Die Verringerung des Nominalzinses lässt die Haushalte eine höhere Inflationsrate erwarten, so dass der Realzins deutlich zurückgeht. Dies erhöht den Nutzen des Gegenwartskonsums gegenüber dem Nutzen zukünftigen Konsums. Folglich weitet der Haushalt seinen Gegenwartskonsum aus. Die Nachfrigesteigerung würde im Fall flexibler Preise vollständig durch einen Preisanstieg kompensiert werden, im vorliegenden Fall verzögerter Preisanpassung kann jedoch in der ersten Periode ein Anteil  $\theta$  der Güterpreise nicht verändert werden. Folglich kommt es bei diesen Gütern zu einer Produktionsausweitung. Für die Unternehmen, die ihren Preis nicht an die geänderte Nachfragesituation anpassen können, ist eine Ausweitung der Produktion bei gegebenem Preis dennoch lohnend, da dieser im Zustand monopolistischer Konkurrenz die Grenzkosten um den Markup  $\mu$  übersteigt. Da der Preis fest ist, führt die Produktionssteigerung des Unternehmens zu einer Erhöhung der nominalen wie realen Grenzkosten über den für sie optimalen Referenzwert der monopolistischen Konkurrenz. Folglich werden sie in den Folgeperioden ihre Preise anpassen, es kommt zu Inflation, die langsam wieder abflaut, bis alle Firmen ihren Preis an die neue Situation angepasst haben. Nach Beendigung des Anpassungsprozesses befinden sich die realen Größen wieder in der Ausgangslage.

## 1.9.2 Staatsnachfrageschock

Betrachten wir nun einen Staatsnachfrageschock und setzen die beiden übrigen Schocks gleich Null. Das Gleichungssystem reduziert sich dann zu

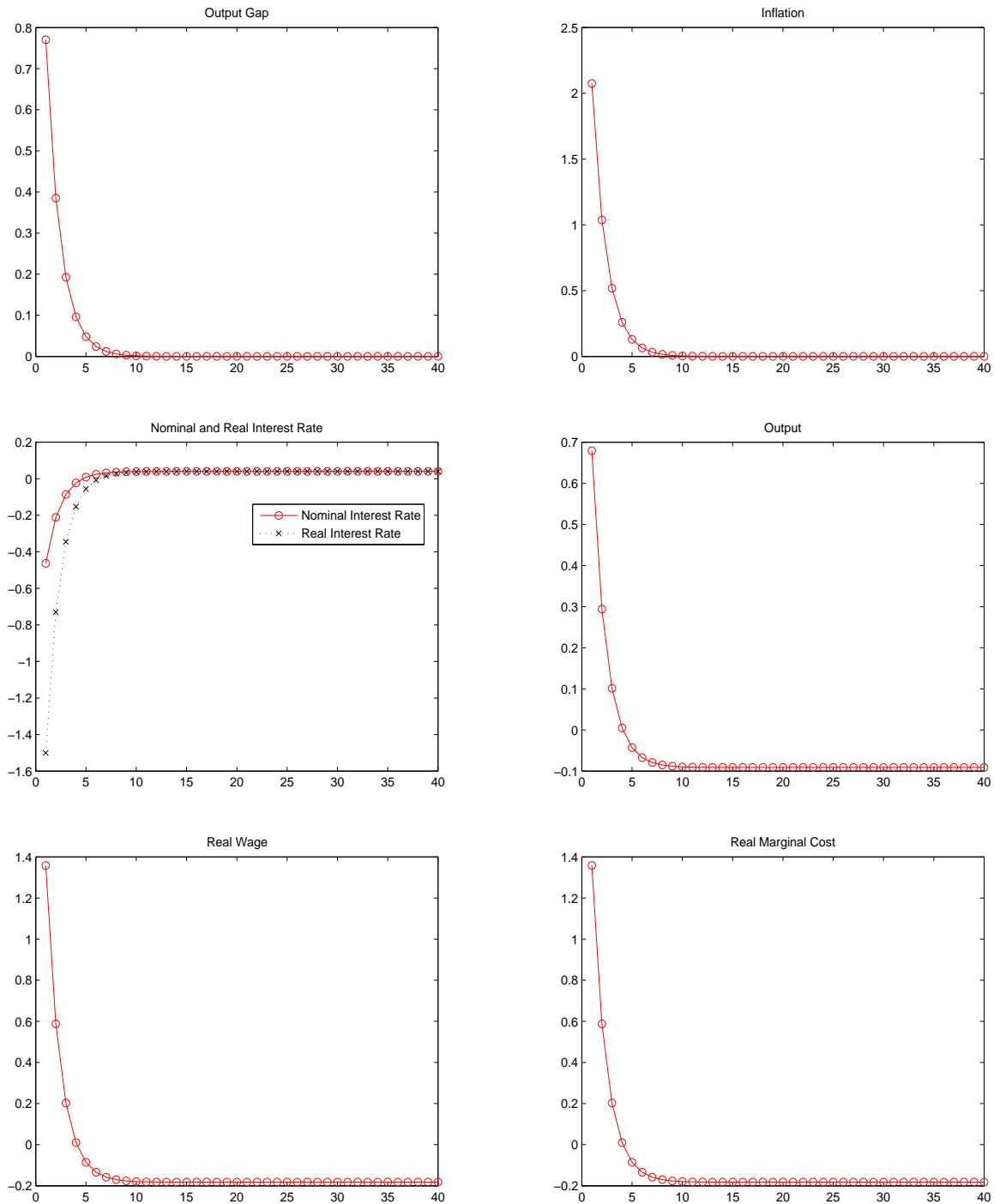
$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\gamma_x}{\sigma}\right) x_t &= -\frac{\gamma_\pi}{\sigma} \pi_t + \frac{1}{\sigma} E_t \pi_{t+1} + E_t x_{t+1} + \frac{\phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_g) g_t \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t. \end{aligned}$$

Für die Methode der undeterminierten Koeffizienten ist der Lösungsansatz (bei Vernachlässigung der übrigen Schocks)

$$x_t = a_2 g_t \Rightarrow E_t x_{t+1} = a_2 \rho_g g_t \quad (1.73)$$

$$\pi_t = b_2 g_t \Rightarrow E_t \pi_{t+1} = b_2 \rho_g g_t. \quad (1.74)$$

Abbildung 1.1: Anpassungspfade des neukeynesianischen Modells nach einem expansiven geldpolitischen Schock



Setzt man dies in das Gleichungssystem ein, so lassen sich die undeterminierten Koeffizienten  $a_2$  und  $b_2$  berechnen zu

$$a_2 = \frac{1 - \beta\rho_g}{(1 - \beta\rho_g)[\sigma(1 - \rho_g) + \gamma_x] + \kappa(\gamma_\pi - \rho_g)} \frac{\sigma\phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_g) \quad (1.75)$$

$$b_2 = -\frac{\kappa}{(1 - \beta\rho_g)[\sigma(1 - \rho_g) + \gamma_x] + \kappa(\gamma_\pi - \rho_g)} \frac{\sigma\phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_g). \quad (1.76)$$

Aus  $x_t$  und  $\pi_t$  lassen sich dann alle weiteren Modellvariablen zurückrechnen. Für die Kalibrierung der Parameter werden die gleichen Annahmen wie oben getroffen.

### 1.9.3 Angebotsschock

Betrachten wir schließlich einen Angebotsschock (=Technologieschock) und setzen die beiden übrigen Schocks gleich Null. Das Gleichungssystem reduziert sich dann zu

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\gamma_x}{\sigma}\right) x_t &= -\frac{\gamma_\pi}{\sigma} \pi_t + \frac{1}{\sigma} E_t \pi_{t+1} + E_t x_{t+1} - \frac{1 + \phi}{\phi + \sigma} (1 - \rho_a) a_t \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t. \end{aligned}$$

Für die Methode der undeterminierten Koeffizienten ist der Lösungsansatz (bei Vernachlässigung der übrigen Schocks)

$$x_t = a_3 a_t \Rightarrow E_t x_{t+1} = a_3 \rho_a a_t \quad (1.77)$$

$$\pi_t = b_3 a_t \Rightarrow E_t \pi_{t+1} = b_3 \rho_a a_t. \quad (1.78)$$

Setzt man dies in das Gleichungssystem ein, so lassen sich die undeterminierten Koeffizienten  $a_3$  und  $b_3$  berechnen zu

$$a_3 = -\frac{1 - \beta\rho_a}{(1 - \beta\rho_a)[\sigma(1 - \rho_g) + \gamma_x] + \kappa(\gamma_\pi - \rho_a)} \frac{\sigma(1 + \phi)}{\phi + \sigma} (1 - \rho_a) \quad (1.79)$$

$$b_3 = -\frac{\kappa}{(1 - \beta\rho_a)[\sigma(1 - \rho_a) + \gamma_x] + \kappa(\gamma_\pi - \rho_a)} \frac{\sigma(1 + \phi)}{\phi + \sigma} (1 - \rho_a). \quad (1.80)$$

Aus  $x_t$  und  $\pi_t$  lassen sich dann alle weiteren Modellvariablen zurückrechnen. Für die Kalibrierung der Parameter werden die gleichen Annahmen wie oben getroffen.

Abbildung 1.2: Anpassungspfade des neukeynesianischen Modells nach einem expansiven Staatsnachfrageschock

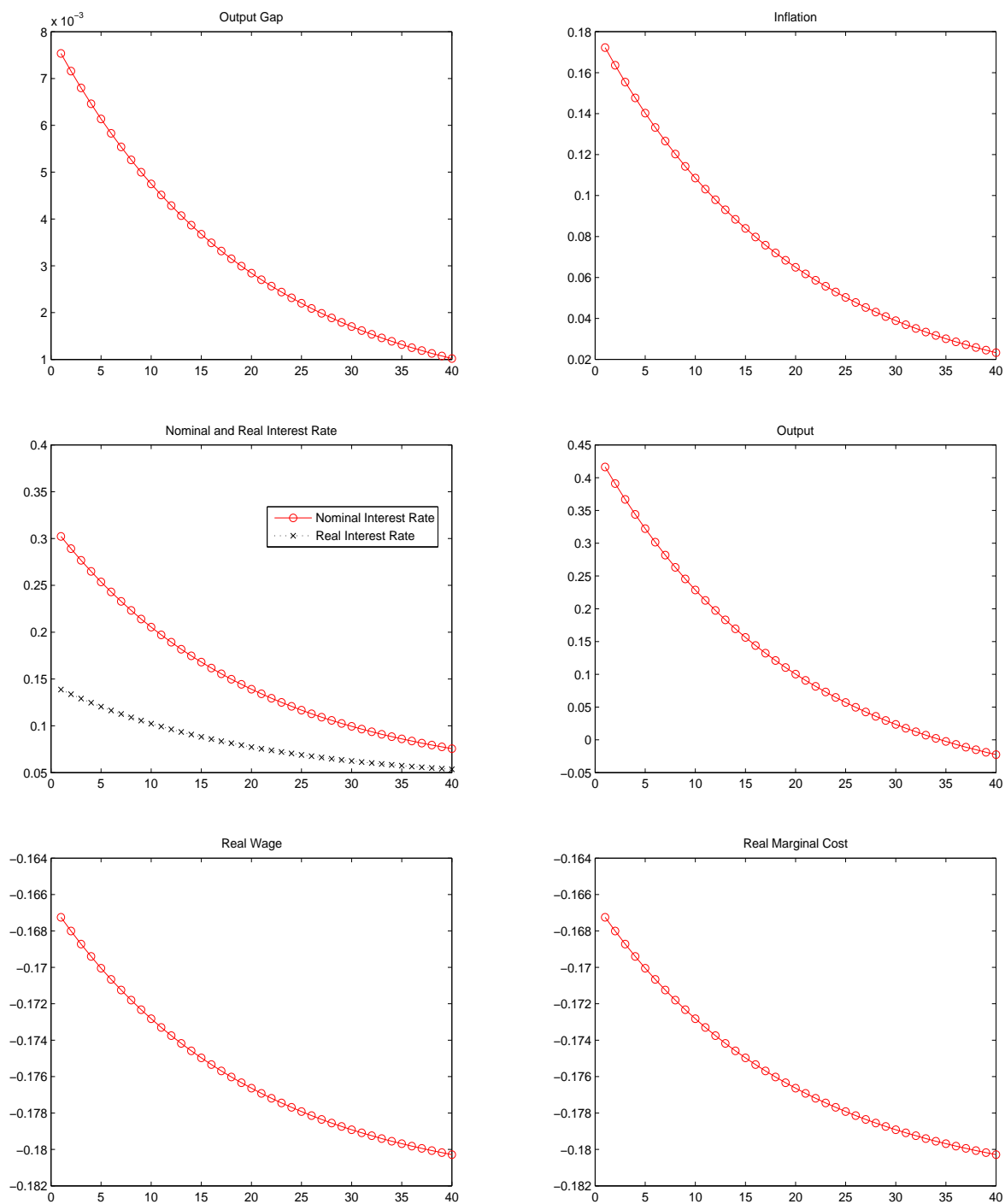


Abbildung 1.3: Anpassungspfade des neukeynesianischen Modells nach einem expansiven Technologieschock

