Aufgabenblatt 2

RBC Modell mit variabler Kapitalauslastung

Gegeben ist folgende Nutzenfunktion für den repräsentativen Haushalt:

$$u\left(c_t, l_t\right) = \ln c_t + B \ln\left(1 - l_t\right)$$

wobei c_t für den Konsum, l_t für Arbeit und B für den Gewichtungsfaktor der Freizeit stehen.
Die Kapitalakkumulation erfolgt durch:

$$k_t = \left(1 - \delta u_t^{\omega}\right) k_{t-1} + i_t \;,$$

hierbei bezeichnen k_t den Kapitalstock, u_t den Auslastungsgrad des Kapitalstocks und i_t die Investitionen. Der Parameter ω gibt an, wie stark die Abschreibungsrate δ von der Kapazitätsauslastung u_t abhängt. Der Haushalt produziert mit folgender Produktionsfunktion:

$$y_t = (u_t k_{t-1})^{\alpha} (e^{z_t} l_t)^{1-\alpha} \;,$$

dabei steht y_t für Output und z_t bezeichnet den Technologieschock, der einem AR(1)-Prozess folgt:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t \quad , \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{\varepsilon}^2) \;,$$

wobei ρ den Persistenzparameter des Technologieschocks darstellt und im Absolutwert kleiner eins ist.
Auf dem Gütermarkt gilt folgende Beziehung:

$$y_t = c_t + i_t$$

Des Weiteren herrscht vollkommene Konkurrenz auf den Faktor- und Gütermärkten, d.h. das Modell kann als „sozialer Planer“ Problem gelöst werden (vgl. Aufgabenblatt 1 Aufgabe 2).

a) Welche Auswirkung besitzt die Kapazitätsauslastung auf die Abschreibung des Kapitalstocks und Produktion?

b) Benennen Sie die Zustandsvariablen (*state variables*) in diesem Modell?

c) Bestimmen Sie die Budgetrestriktion.

d) Stellen sie das Optimierungskalkül der Haushalte mit Hilfe der Lagrangefunktion dar und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung (*First Order Conditions*). Verwenden Sie folgende Definition zur Vereinfachung:

$$R_t = \alpha \frac{y_t}{k_{t-1}} + 1 - \delta u_t^{\varpi}$$

e) Berechnen Sie den gleichgewichtigen Wachstumspfad (*Steady State*).

f) Nennen Sie die zentralen Modellgleichungen und Log-Linearisieren Sie diese.

g) Schreiben Sie die rekursiven Bewegungsgleichungen (*Recursive Laws of Motion*) für den Konsum und den Kapitalstock auf. (Sie sollen nicht die Koeffizienten dieser rekursiven Bewegungsgleichungen bestimmen!)

h) Lösen Sie das Modell mit Hilfe von Dynare. Kalibrieren Sie hierbei das Modell mit folgenden Parametern:

$$\alpha = \frac{1}{3};\ \beta = \frac{1}{\overline{R}} = 0{,}99;\ \omega = 1{,}45;\ \delta = 0{,}0265;\ \rho = 0{,}95;$$

$$\sigma_{\varepsilon}^{2} = 1;\ \ \overline{c}/\overline{y} = 0{,}76;\ \ \overline{i}/\overline{y} = 0{,}24;\ \ \overline{l} = 0{,}31$$

Stellen Sie den Technologieschock grafisch dar. Interpretieren Sie die Ergebnisse.